



# Foxta v5

## Manuel utilisateur – Partie C.7 – Notice technique du module TASPLAQ

Date	Révision	Etabli par	Vérifié par	Commentaires
15/12/2006	Ind A	F. Cuira	F. Cuira	Première émission
14/06/2011	Ind B	F. Cuira	F. Cuira	Maj 3.0
19/05/2015	Ind C	F. Cuira	F. Cuira	Maj 3.2
09/09/2022	Ind D	F. Cuira	F. Cuira	Maj 4.1
25/03/2026	Ind E	F. Cuira	F. Cuira	Mise en forme pour Foxta v5

# Table des matières

1.	Préambule .....	4
2.	Aspects théoriques.....	5
2.1.	Notions préliminaires.....	5
2.1.1.	Mise en équation de l'équilibre d'une plaque élastique .....	5
2.1.2.	Tassement d'un terrain multicouche élastique .....	6
2.2.	Formulation du modèle TASPLAQ.....	8
2.2.1.	Principe général .....	8
2.2.2.	Discrétisation de la plaque en éléments finis .....	8
2.2.3.	Discrétisation de la réaction du terrain support.....	9
2.2.4.	Matrice de souplesse du terrain support.....	10
2.2.5.	Couplage et résolution.....	11
2.2.6.	Décollement et plastification à l'interface sol/plaque.....	12
2.2.7.	Ressorts additionnels.....	12
2.3.	Traitement de certains cas particuliers.....	13
2.3.1.	Prise en compte d'un multicouche non horizontal.....	13
2.3.2.	Plaque de cote d'assise variable .....	13
2.3.3.	Charges extérieures sur le sol .....	13
2.3.4.	Cas d'une fondation édifiée au fond d'une excavation .....	14
2.3.5.	Mouvement libre du sol.....	15
2.3.6.	Bilan.....	15
2.4.	Cas particulier d'un calcul 2D .....	15
2.4.1.	Axisymétrie (symétrie par rapport à un axe) .....	15
2.4.2.	Déformations planes (modèle plan) .....	16
3.	Mise en œuvre pratique.....	17
3.1.	Modélisation .....	17
3.1.1.	Plaque .....	17
3.1.2.	Massif de sol.....	18
3.1.3.	Chargement.....	21
3.1.4.	Appuis élastiques additionnels .....	22
3.1.5.	Maillage.....	23
3.2.	Exploitation des résultats.....	24
3.2.1.	Tassement et flèche .....	24
3.2.2.	Distorsion angulaire .....	24
3.2.3.	Réaction du sol.....	25

3.2.4.	Moments fléchissants et efforts tranchants .....	26
3.2.5.	Coefficient de réaction équivalent.....	27
3.2.6.	Accès aux contraintes et aux tassements en profondeur .....	28
3.3.	Domaines d'application.....	29
3.3.1.	Radier sous chargement concentré .....	29
3.3.2.	Radier sous chargement linéique.....	29
3.3.3.	Radier d'une centrale nucléaire .....	30
3.3.4.	Deux bassins circulaires en interaction.....	30
3.3.5.	Dallage avec différents systèmes de joints .....	31
3.3.6.	Fondation annulaire sous chargement excentré .....	31
3.3.7.	Radier (ou dallage) sur pieux .....	32
3.3.8.	Dalle sur appuis rigides ou élastiques.....	32
3.3.9.	Dallage ou radier sur inclusions rigides .....	33
3.4.	Options avancées .....	33
3.4.1.	Passerelle avec TASSELDO .....	33
3.4.2.	Résolution approchée .....	34
3.4.3.	Matrice de souplesse définie par l'utilisateur.....	34
3.5.	Dossier de validation .....	35
4.	Bibliographie.....	36

# 1. Préambule

Le module TASPLAQ permet de modéliser en trois dimensions, de manière simplifiée, le cas d'un radier ou d'un dallage de géométrie quelconques reposant sur un terrain de comportement élastique. Le principe de calcul repose sur un modèle « hybride » (Cuira et Simon, 2008), en ce sens qu'il combine une solution numérique pour le radier (ou le dallage) avec une solution analytique pour le terrain support. Dans le cadre de ce modèle, le radier (ou le dallage) est modélisé par des éléments finis de plaque de comportement élastique linéaire, de géométrie et d'inertie variables et soumis à l'application d'un chargement hétérogène : surfacique, linéique ou ponctuel. Le terrain est quant à lui assimilé à un massif multicouche élastique dont la réponse est traitée analytiquement par une forme généralisée du modèle de Boussinesq (Terzaghi, 1943).

La mise en œuvre du modèle permet d'accéder à la distribution des tassements, réactions du sol et sollicitations internes (moments fléchissants et efforts tranchants) dans le radier ou le dallage.

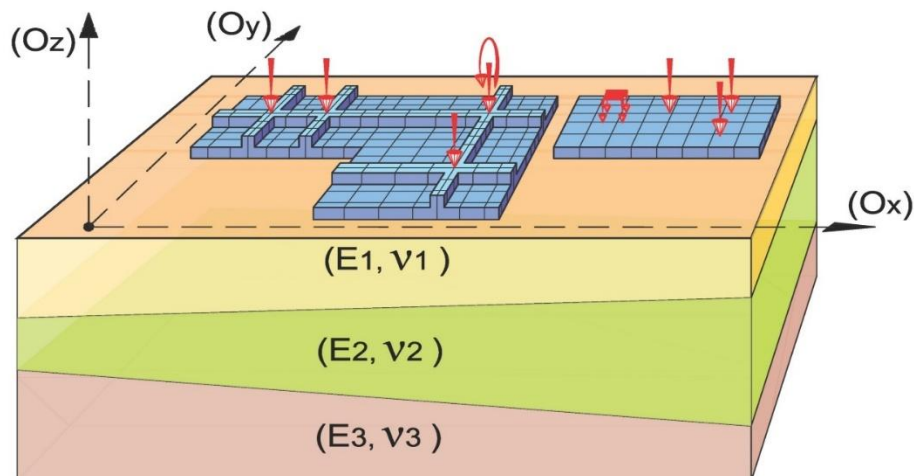


Figure 1 : Traitement d'un ou plusieurs radiers en interaction à l'aide d'un modèle TASPLAQ

TASPLAQ offre également la possibilité de :

- Modéliser plusieurs radiers (ou dallages) en interaction (via le terrain support) ;
- Modéliser le cas d'un terrain multicouche non-horizontale ;
- Prendre en compte les non-linéarités liées aux mécanismes de décollement et de plastification à l'interface sol/fondation ;
- Mener des calculs structuraux de type « dalle sur appuis élastiques » (ponctuels, linéiques ou surfaciques).

## 2. Aspects théoriques

### 2.1. Notions préliminaires

#### 2.1.1. Mise en équation de l'équilibre d'une plaque élastique

On considère le cas d'une plaque de section homogène isotrope, de comportement élastique linéaire. On se limite au cas des plaques travaillant en flexion pure, et dont l'épaisseur est faible devant les autres dimensions, ce qui permet d'adopter la théorie classique des plaques minces et plus exactement « le modèle discret de Kirchhoff », où seules les déformations dues à la flexion sont prises en compte : la contribution des déformations de cisaillement est donc négligée.

Dans le cadre de ce modèle, deux systèmes d'équations régissent le comportement et l'équilibre de la plaque :

$$\begin{aligned}
 \text{-- Equations d'équilibre} \quad & \begin{cases} T_x + \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} = 0 \\ T_y + \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} = 0 \\ q + \frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial T_y}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{-- Loi de comportement} \quad & \begin{cases} M_x = \frac{EI}{1-\nu^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ M_y = \frac{EI}{1-\nu^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ M_{xy} = \frac{2EI}{1-\nu^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial xy} \right) \end{cases} \quad (2)
 \end{aligned}$$

Avec (voir Figure 2) :

- $T_x, T_y$  efforts tranchants
- $M_x, M_y, M_{xy}$  moments fléchissants
- $q$  densité de chargement extérieur
- $EI, \nu$  produit d'inertie et coefficient de Poisson

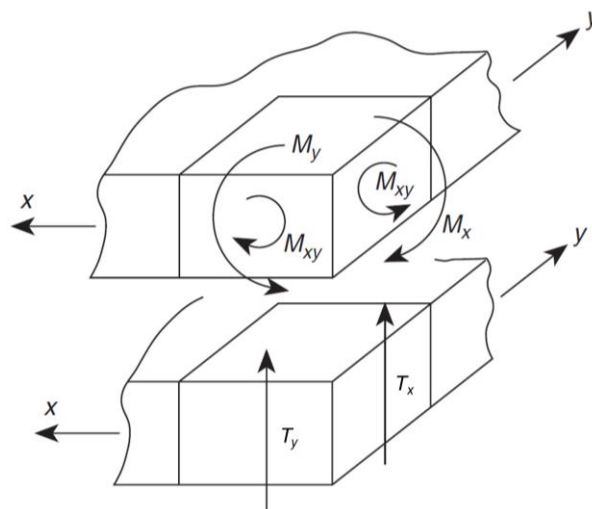


Figure 2 : Conventions de signe pour les efforts internes

La combinaison des équations d'équilibre (1) et des lois de comportement (2) conduit ainsi à l'équation suivante, dite de Lagrange :

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q(x, y) \frac{1 - \nu^2}{EI} \quad (3)$$

### 2.1.2. Tassement d'un terrain multicouche élastique

Le tassement d'un terrain de comportement élastique peut être appréhendé analytiquement à partir de la solution de Boussinesq (1885). L'exploitation de cette solution permet d'établir le tassement d'un massif élastique homogène, caractérisé par un module de Young E et un coefficient de Poisson  $\nu$ , pour différentes configurations élémentaires (Figure 3).

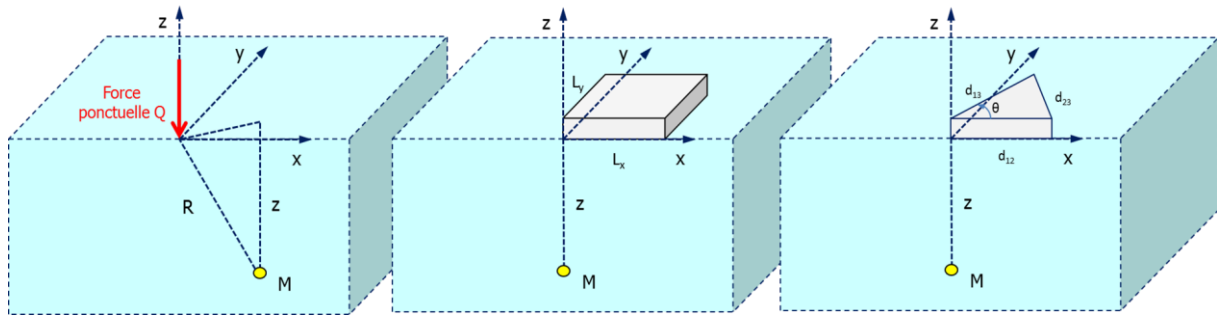


Figure 3 : Conditions de chargement couvertes par les solutions analytiques utilisées

On adopte les notations de la Figure 3. L'exploitation du modèle de Boussinesq conduit aux expressions analytiques suivantes :

- **Tassement sous l'effet d'une charge ponctuelle Q :**

$$s_{\text{ref}}(z, E, \nu) = \frac{(1 + \nu)Q}{2\pi E} \left( \frac{z^2}{R^3} + \frac{2(1 - \nu)}{R} \right) \quad \text{avec} \quad R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (4)$$

- **Tassement sous le coin d'une charge rectangulaire de densité q :**

$$s_{\text{ref}}(z, E, \nu) = \frac{(1 + \nu)q}{2\pi E} \left[ 2(1 - \nu)z \operatorname{atan} \left( \frac{L_x L_y}{z R_{xy}} \right) + (1 - 2\nu) \frac{z L_x L_y}{R_{xy}} \left( \frac{1}{R_x^2} + \frac{1}{R_y^2} \right) \right] \quad (5)$$

avec z, Lx et Ly sont telles que données sur la Figure 3 et :

$$R_x = \sqrt{L_x^2 + z^2} \quad R_y = \sqrt{L_y^2 + z^2} \quad R_{xy} = \sqrt{L_x^2 + L_y^2 + z^2}$$

- **Tassement sous le coin d'une charge triangulaire de densité q :**

$$s_{\text{ref}}(z, E, \nu) = \frac{(1 + \nu)q}{2\pi E} \left[ 2(1 - \nu) \frac{d_{13} d_{12} \sin \theta}{d_{23}} T_1 + (1 - 2\nu) z T_2 \right] \quad (6)$$

avec  $d_{12}, d_{13}, d_{23}$  et  $\theta$  sont telles que données sur la Figure 3 et :

$$\begin{cases} T_1 = \ln \left[ \frac{(d_{23} R_3 + d_{13}^2 - d_{13} d_{12} \cos \theta)(d_{23} R_2 + d_{12}^2 - d_{12} d_{13} \cos \theta)}{d_{23}^2 z^2 + d_{12}^2 d_{13}^2 \sin^2 \theta} \right] \\ T_2 = \operatorname{atan} \left[ \frac{z(d_{13} \cos \theta - d_{12})}{d_{13} R_2 \sin \theta} \right] + \operatorname{atan} \left[ \frac{z(d_{12} \cos \theta - d_{13})}{d_{12} R_3 \sin \theta} \right] - \theta \end{cases}$$

A partir des solutions élémentaires (5) ou (6), l'exploitation du principe de superposition permet d'établir le tassement en n'importe quel point de la surface sous l'effet d'un groupe de charges rectangulaires ou triangulaires (Figure 4).

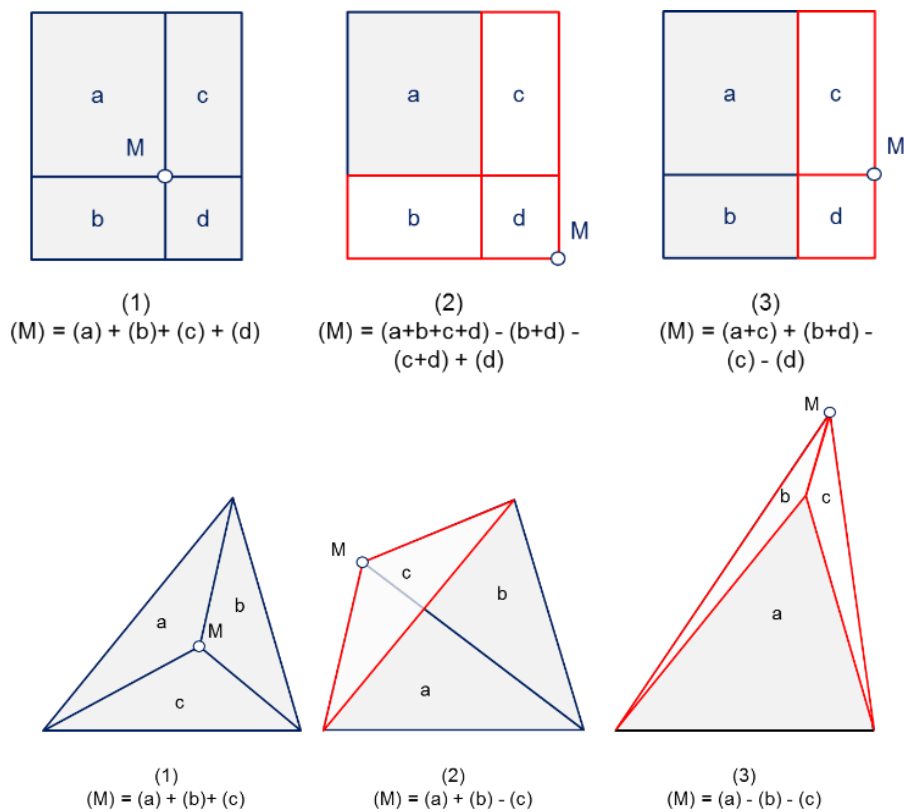


Figure 4 : Principe de superposition pour calculer le tassement en tout point de la surface

Enfin, le cas d'un terrain multicouche peut ensuite être traité à l'aide de l'approche simplifiée de Steinbrenner (Terzaghi, 1943) :

$$s \approx \sum_{i=1}^N [s_{ref}(z_i, E_i, \nu_i) - s_{ref}(z_{i+1}, E_i, \nu_i)] \quad (7)$$

avec (voir Figure 5) :

- N nombre de couches
- $s_{ref}$  tassement selon la solution Boussinesq donnée par les équations (4), (5) ou (6)
- $E_i, \nu_i$  module de Young et coefficient de Poisson de la couche « i »
- $z_i$  profondeur du toit de la couche « i »

La solution de Boussinesq ayant été établie à l'origine pour le cas d'un massif élastique homogène isotrope, son extension au cas d'un multicouche par l'intermédiaire de l'approche de Steinbrenner (équation 7) suppose implicitement que les contraintes se propagent de la même façon dans le cas multicouche que dans le cas d'un terrain homogène. Cette simplification a été discutée d'une manière approfondie par Burland (1977) qui a conclu qu'elle était effectivement acceptable pour la majorité des situations courantes rencontrées par l'ingénieur. Une exception notable demeure le cas d'une couche très raide surmontant une couche plus déformable, où l'application de la solution de Boussinesq conduit à une estimation par excès des contraintes et des déplacements (ce qui demeure néanmoins du côté de la sécurité).

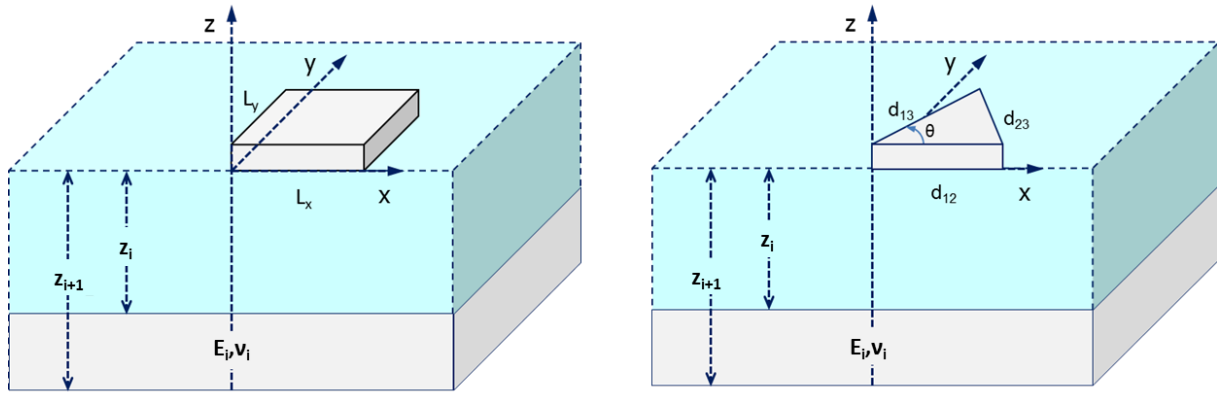


Figure 5 : Conventions pour le traitement d'un terrain multicouche

## 2.2. Formulation du modèle TASPLAQ

### 2.2.1. Principe général

Le modèle TASPLAQ est basé sur un couplage entre deux approches (modèle hybride) :

- une approche numérique (discrétisation en éléments finis rectangulaires ou triangulaires) pour la plaque représentative du radier ou du dallage ;
- une approche analytique (§2.1.2) dérivée du modèle de Boussinesq pour le terrain support, assimilé à un massif multicouche élastique.

Le principe du modèle est schématisé par la figure suivante.

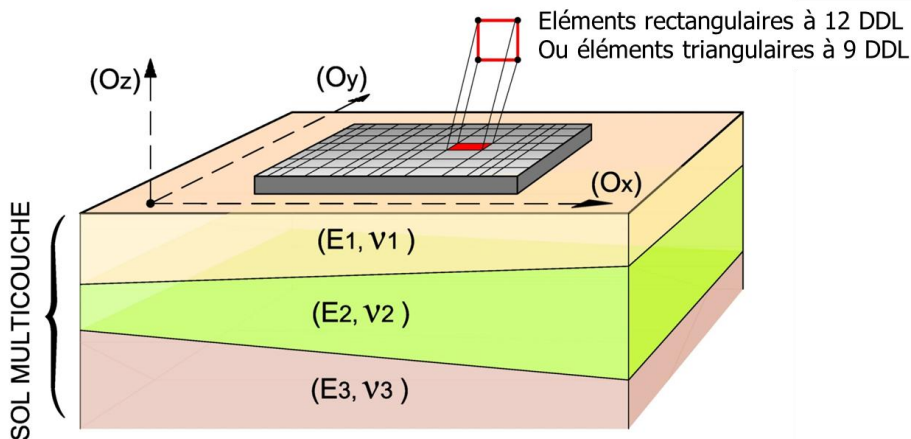


Figure 6 : Principe du modèle TASPLAQ (Cuira et Simon, 2008)

### 2.2.2. Discrétisation de la plaque en éléments finis

La résolution de l'équation (3) peut être menée en discrétisant la plaque en éléments finis. Deux types d'éléments sont utilisés dans TASPLAQ (Zienkiewicz, 1991) :

- Des éléments rectangulaires à 4 nœuds et 12 degrés de liberté (interpolation cubique) ;
- Des éléments triangulaires à 3 nœuds et 9 degrés de liberté (interpolation quadratique).

Chaque nœud possède ainsi trois degrés de liberté : un déplacement (flèche verticale) et deux rotations. Ces rotations ne sont autres que les premières dérivées partielles de la flèche (approximation de Kirchhoff).

Dans le cadre de cette discrétisation, l'équilibre élastique de la plaque peut être exprimé sous la forme d'un système matriciel équivalent de taille  $3n \times 3n$  :

$$\mathbf{K}^e \cdot \mathbf{a}^e = \mathbf{F}^{\text{ext}} - \mathbf{R}^s \quad (8)$$

Avec :

- $\mathbf{K}^e$  matrice de rigidité de la plaque,  $3n \times 3n$
- $\mathbf{a}^e$  vecteur déplacement équivalent (déplacements et rotations aux nœuds),  $3n \times 1$
- $\mathbf{F}^{\text{ext}}$  vecteur chargement équivalent correspondant aux forces extérieures,  $3n \times 1$
- $\mathbf{R}^s$  vecteur chargement équivalent correspondant à la réaction du terrain,  $3n \times 1$
- $n$  nombre total de nœuds.

La matrice de rigidité  $\mathbf{K}^e$  est obtenue par assemblage des matrices de rigidité élémentaires. Le vecteur déplacement  $\mathbf{a}^e$  constitue l'inconnue statique du problème à résoudre. Le terme  $\mathbf{F}^{\text{ext}}$  est une donnée du problème, tandis que  $\mathbf{R}^s$  est une variable intermédiaire dépendant de la souplesse du terrain support que l'on peut relier au tassement du terrain et donc au déplacement de la plaque (voir §2.2.4).

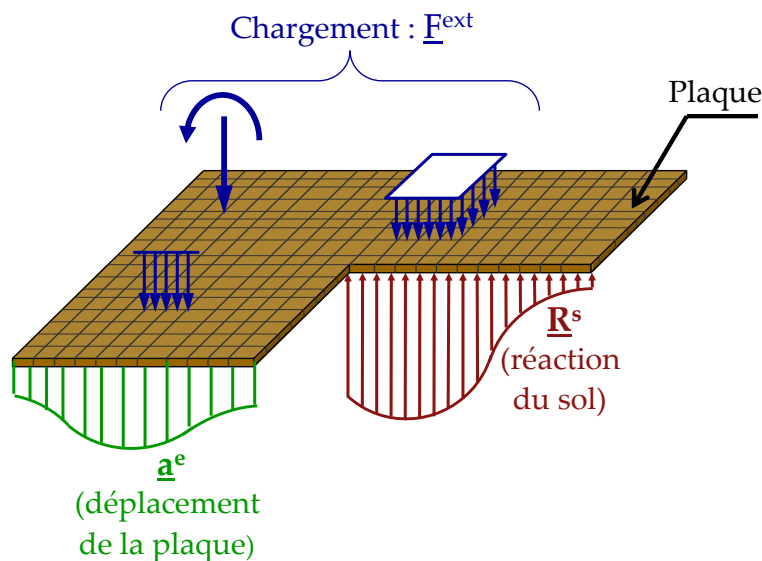


Figure 7 : Equilibre statique d'une plaque en interaction avec le sol

### 2.2.3. Discrétisation de la réaction du terrain support

On se place dans l'hypothèse d'un contact sans frottement. L'interaction entre la plaque et le sol est exclusivement régie par un champ de pressions verticales. Ces pressions d'interaction, dénommées par la suite « réaction du sol », sont ainsi discrétisées selon le maillage de la plaque conformément aux principes de la Figure 8 :

- Pour un maillage rectangulaire, la réaction du sol est uniforme autour de chaque nœud ;
- Pour un maillage triangulaire, la réaction du sol est uniforme par élément.

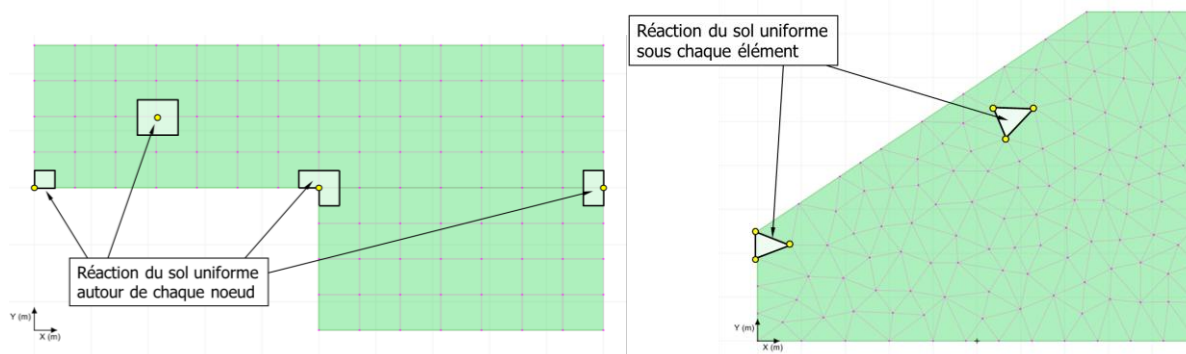


Figure 8 : Discretisation de la réaction du sol pour un maillage rectangulaire (à gauche) et pour un maillage triangulaire (à droite)

A partir de la formulation éléments finis de la plaque, on constitue une matrice de passage statique permettant d'exprimer le vecteur  $\mathbf{R}^S$  (équation 8) en fonction des pressions d'interaction associées à chaque nœud (pour un maillage rectangulaire) ou à chaque élément (pour un maillage triangulaire). Soit :

$$\mathbf{R}^S = \mathbf{M}^S \cdot \mathbf{p} \quad (9)$$

Où :

- $\mathbf{p}$  vecteur constitué des pressions d'interaction, de dimensions  $n \times 1$  (resp.  $m \times 1$ ) pour un maillage rectangulaire (resp. pour un maillage triangulaire) ;
- $\mathbf{M}^S$  matrice de passage de dimensions  $3n \times n$  (resp.  $3n \times m$ ) pour un maillage rectangulaire (resp. pour un maillage triangulaire) ;
- $n$  nombre total de nœuds ;
- $m$  nombre total d'éléments.

#### 2.2.4. Matrice de souplesse du terrain support

A partir de la discrétisation des pressions d'interaction, il devient possible de définir la notion de matrice de souplesse du terrain, permettant de relier linéairement les pressions d'interaction aux tassements qui en résultent en chaque nœud (maillage rectangulaire) ou au centre de chaque élément (maillage triangulaire) :

$$\mathbf{s} = \mathbf{T}^S \cdot \mathbf{p} \quad (10)$$

Où :

- $\mathbf{T}^S$  est la matrice de souplesse du terrain (associée au maillage défini pour la plaque), de dimensions  $n \times n$  pour un maillage rectangulaire et  $m \times m$  pour un maillage triangulaire ;
- $\mathbf{s}$  est un vecteur constitué des tassements du terrain, de dimensions  $n \times 1$  pour un maillage rectangulaire (tassements exprimés aux nœuds) et  $m \times 1$  pour un maillage triangulaire (tassements exprimés aux centres de gravité de chaque élément).

Par construction, le coefficient  $\alpha_{ij}$  de la matrice  $\mathbf{T}^S$  est établi analytiquement comme le tassement induit au nœud « i » (ou à l'élément « i » si maillage triangulaire) par une pression d'interaction unitaire appliquée autour du nœud « j » (ou sur l'élément « j » si maillage triangulaire). Le calcul de  $\alpha_{ij}$  est mené par application des solutions analytiques présentées en §2.1.2.

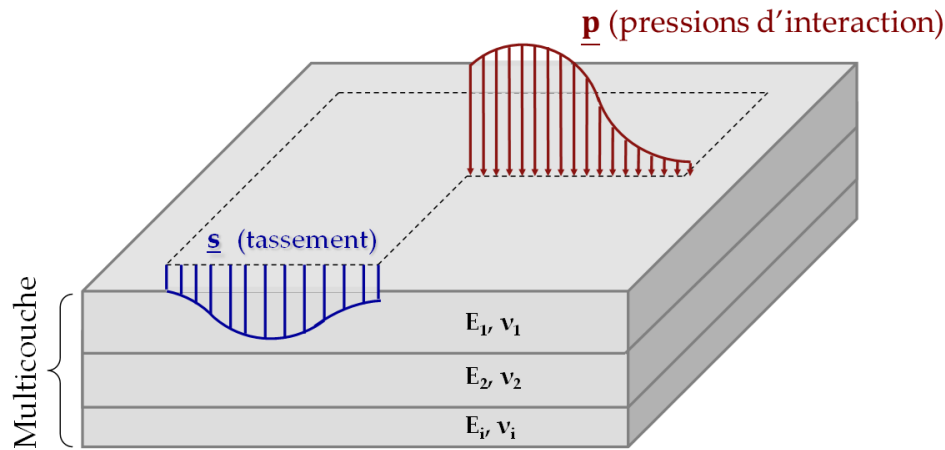


Figure 9 : Bilan des pressions et tassements à l'interface sol/plaque

### 2.2.5. Couplage et résolution

La combinaison des équations (8), (9) et (10) permet d'aboutir à l'équation suivante :

$$\mathbf{K}^e \cdot \mathbf{a}^e = \mathbf{F}^{\text{ext}} - \mathbf{M}^s \cdot (\mathbf{T}^s)^{-1} \cdot \mathbf{s} \quad (11)$$

En l'absence de décollement (voir §2.2.6), le tassement du sol en chaque point est égal à flèche verticale de la plaque. Cela permet d'établir une relation linéaire entre  $\mathbf{a}^e$  et  $\mathbf{s}$  par l'intermédiaire d'une matrice de passage cinématique notée  $\mathbf{G}$  (de dimensions  $n \times 3n$  pour un maillage rectangulaire et  $m \times 3n$  pour un maillage triangulaire) :

$$\mathbf{s} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{a}^e \quad (12)$$

La combinaison de (11) et (12) permet d'établir la formulation globale du système « sol + plaque » :

$$\mathbf{K}^g \cdot \mathbf{a}^e = \mathbf{F}^g \quad (13)$$

Avec  $\mathbf{K}^g$  la matrice de rigidité du système :

$$\mathbf{K}^g = \mathbf{K}^e + \mathbf{M}^s \cdot (\mathbf{T}^s)^{-1} \cdot \mathbf{G} \quad (14)$$

et  $\mathbf{F}^g$  le vecteur de chargement du système :

$$\mathbf{F}^g = \mathbf{F}^{\text{ext}} \quad (15)$$

La résolution de ce système, de dimensions  $3n \times 3n$ , permet d'établir :

- Le champ de déplacement de la plaque en tout point  $\mathbf{a}^e$
- Le tassement du sol en tout point  $\mathbf{s} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{a}^e$
- La réaction du sol en tout point  $\mathbf{p} = (\mathbf{T}^s)^{-1} \cdot \mathbf{s}$
- Les sollicitations internes dans la plaque par dérivation du champ de déplacement selon l'équation (2).

## 2.2.6. Décollement et plastification à l'interface sol/plaque

L'application de la formulation présentée en §2.2.5 suppose que la plaque demeure parfaitement collée au sol. Le sol ne pouvant générer des efforts de traction, l'obtention de réactions négatives nécessite de considérer les zones correspondantes comme "décollées" (Figure 10). Ainsi au droit desdites zones :

- la flèche de la plaque n'est plus égale au tassement du sol ;
- la réaction du sol est nulle.

Un retraitement (itératif) adapté de la matrice de souplesse  $\mathbf{T}^s$  et de la matrice de passage cinématique  $\mathbf{G}$  permet de tenir compte de ces nouvelles conditions.

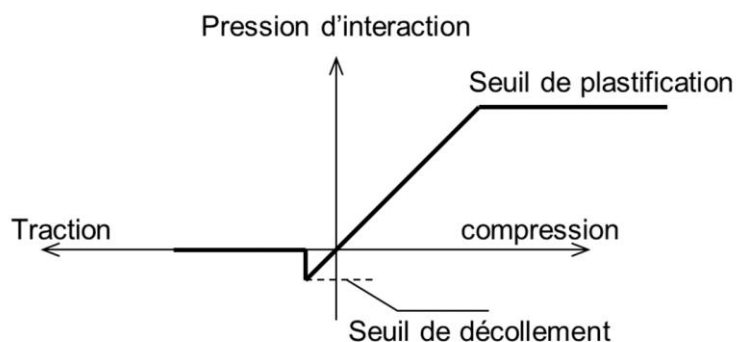


Figure 10 : Décollement et plastification à l'interface sol/plaque

De la même manière, il est également possible d'adapter la formulation du modèle pour simuler un plafonnement « plastique » de la réaction du terrain l'interface (voir Figure 10). Au droit des zones plastiques, on a :

- le tassement du sol est supposé toujours égal à la flèche verticale de la plaque;
- la réaction du sol est imposée égale au seuil de plasticité.

Un retraitement (itératif) adapté de la matrice de souplesse  $\mathbf{T}^s$  et du vecteur chargement du système  $\mathbf{F}^g$  permet de tenir compte de ces nouvelles conditions.

## 2.2.7. Ressorts additionnels

TASPLAQ permet prendre en compte des ressorts additionnels sous la plaque, en translation ou en rotation, ponctuelles, linéiques ou surfaciques. Cela permet également de mener alternativement des calculs de type « plaque sur ressorts élastiques » (auquel cas, le massif de sol n'est pas modélisé). La matrice de rigidité du système (équation 14) est alors constituée comme suit :

$$\mathbf{K}^g = \mathbf{K}^e + \mathbf{K}^{rs} + \mathbf{M}^s \cdot (\mathbf{T}^s)^{-1} \cdot \mathbf{G}$$

Où  $\mathbf{K}^{rs}$  est une matrice de rigidité équivalente intégrant l'ensemble des ressorts élastiques en contact avec la plaque.

A noter que TASPLAQ permet de gérer automatiquement le décollement et la plastification des ressorts surfaciques moyennant un seuil de décollement (pris par défaut égal à 0) et de plastification. Ainsi, au droit d'un ressort « décollé », la réaction de celui-ci est nulle. Au droit d'un ressort « plastifié », sa réaction est imposée égale au seuil de plastification. Un retraitement

(itératif) adapté de la matrice de rigidité  $\mathbf{K}^{FS}$  et du vecteur chargement du système  $\mathbf{F}^g$  permet de tenir compte de ces nouvelles conditions.

## 2.3. Traitement de certains cas particuliers

### 2.3.1. Prise en compte d'un multicouche non horizontal

Par définition, le coefficient de souplesse  $\alpha_{ij}$  (§2.2.4) est défini comme le tassement induit au nœud « i » (ou à l'élément « i » si maillage triangulaire) par une pression unitaire appliquée autour du nœud « j » (ou sur l'élément « j » si maillage triangulaire). Ainsi, en présence d'un multicouche non horizontal, le calcul de  $\alpha_{ij}$  est mené en considérant le profil stratigraphique rencontré au droit du nœud « i » (ou au droit du centre de l'élément « i » si maillage triangulaire).

La figure suivante illustre le principe de calcul appliqué dans le modèle.

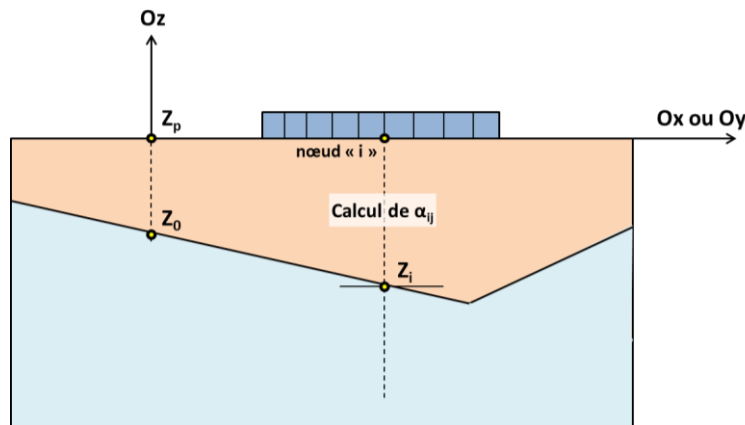


Figure 11 : Adaptation du calcul des coefficients de souplesse au cas d'une stratigraphie variable

### 2.3.2. Plaque de cote d'assise variable

Le cas d'une plaque de cote variable est traité en considérant, pour le calcul du coefficient de souplesse  $\alpha_{ij}$ , une pression unitaire appliquée à la cote du nœud « j » (ou à la cote de l'élément « j » si maillage triangulaire).

### 2.3.3. Charges extérieures sur le sol

Ces charges peuvent être représentatives d'un remblai ou d'une fondation souple située à proximité de la plaque (Figure 12). La prise en compte de ces surcharges est traité en écrivant que le tassement de chaque nœud (ou de chaque élément) résulte du cumul des effets :

- des pressions exercées par la plaque ;
- des surcharges extérieures.

Cela est pris en compte en adaptant l'équation (10) comme suit :

$$\mathbf{s} = \mathbf{T}^s \cdot \mathbf{p} + \mathbf{s}^{\text{ext}} \quad (16)$$

Où  $\mathbf{s}^{\text{ext}}$  est le vecteur « tassement extérieur » ( $n \times 1$  ou  $m \times 1$ ) constitué des tassements produits aux nœuds (si maillage rectangulaire) ou aux éléments (si maillage triangulaire) sous le seul

effet des surcharges extérieures. Ces tassements sont calculés à l'aide des mêmes relations analytiques que celles décrites en §2.1.2.

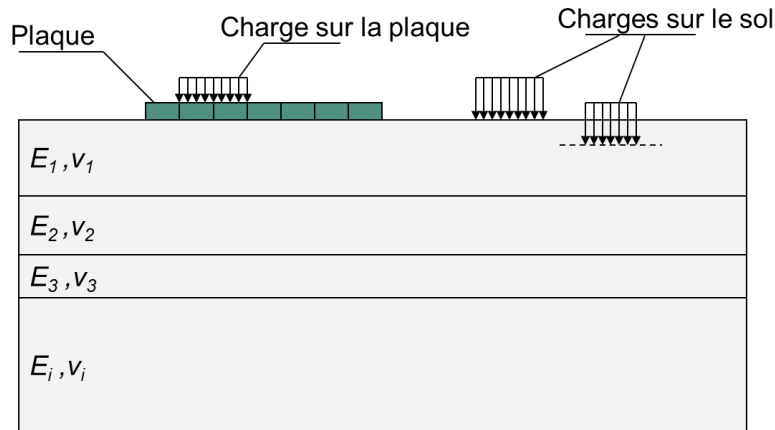


Figure 12 : Prise en compte de surcharges s'appliquant directement sur le sol

### 2.3.4. Cas d'une fondation édifée au fond d'une excavation

Le cas d'une fondation édifée au fond d'une excavation peut conduire à distinguer les tassements de recompression de ceux de compression vierge selon le principe de la Figure 13.

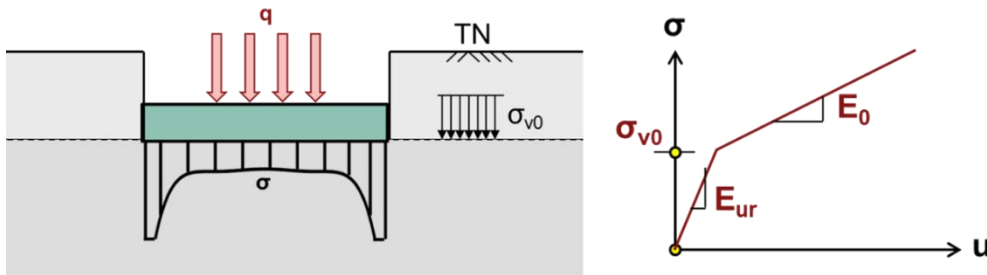


Figure 13 : Traitement d'un radier fondé au fond d'une excavation

Ainsi, pour les zones où la contrainte exercée par la plaque  $\sigma$  est inférieure au poids des terres  $\sigma_{v0}$ , les tassements sont calculés avec un module de rechargement  $E_{ur}$  pris égal à  $k \times E_0$  où  $E_0$  est le module de déformation vierge. Cette distinction requiert un retraitement de l'équation (16) comme suit :

$$s = \mathbf{T}^s \cdot (\mathbf{p} - \mathbf{p}^0) + s^{ext} \quad (17)$$

Où  $\mathbf{p}^0$  est un vecteur de « contrainte initiale » dont la composante au droit du point « i » est ajustée itérativement selon la relation suivante :

$$p_i^0 = \left(1 - \frac{1}{k}\right) \min(\sigma_i^0, p_i) \quad \text{pour } i = 1 \dots n \text{ (ou } m)$$

Où, au droit du point « i » :

- $\sigma_i^0$  poids des terres excavées ;
- $p_i^0$  contrainte initiale équivalente (composante « i » de  $\mathbf{p}^0$ ) ;
- $p_i$  pression exercée par la plaque.

### 2.3.5. Mouvement libre du sol

TASPLAQ permet de traiter le cas d'un mouvement libre du terrain (pouvant être représentatif d'un mécanisme de gonflement ou de fluage etc.). Ce mouvement libre peut être introduit sous la forme d'un champ de déplacement  $g(x,y)$  défini point par point. Ce déplacement est pris en compte en adaptant la relation (17) comme suit :

$$\mathbf{s} = \mathbf{T}^s \cdot (\mathbf{p} - \mathbf{p}^0) + \mathbf{s}^{\text{ext}} + \mathbf{g} \quad (18)$$

Où  $\mathbf{g}$  désigne le vecteur déplacement équivalent au mouvement libre du terrain.

### 2.3.6. Bilan

La prise en compte des équations (16), (17) ou (18) requiert une adaptation du vecteur de chargement du système  $\mathbf{F}^g$  (§2.2.5) :

$$\mathbf{F}^g = \mathbf{F}^{\text{ext}} + \mathbf{M}^s \cdot \mathbf{p}^0 - \mathbf{M}^s \cdot (\mathbf{T}^s)^{-1} \cdot [\mathbf{s}^{\text{ext}} + \mathbf{g}] \quad (19)$$

Après résolution du système global, la réaction du sol s'obtient alors à l'aide la relation :

$$\mathbf{p} = (\mathbf{T}^s)^{-1} \cdot [\mathbf{s} - \mathbf{s}^{\text{ext}} - \mathbf{g}] + \mathbf{p}^0 \quad (20)$$

## 2.4. Cas particulier d'un calcul 2D

### 2.4.1. Axisymétrie (symétrie par rapport à un axe)

Cette condition de symétrie convient au cas d'un radier ou d'un dallage circulaire soumis à un chargement axisymétrique. La prise en compte de cette condition nécessite d'adopter des modèles appropriés.

En coordonnées cylindriques, l'équilibre de la plaque est régi par l'équation suivante :

$$\frac{d^4 w}{dr^4} + \frac{2}{r} \frac{d^3 w}{dr^3} - \frac{1}{r^2} \frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r^3} \frac{dw}{dr} = q(r) \frac{(1 - \nu^2)}{EI} \quad (21)$$

La résolution de cette équation peut être menée à l'aide d'une discrétisation en éléments "annulaires" à 2 nœuds et 4 degrés de liberté comme le montre la figure suivante. Tout chargement extérieur est également de caractère axisymétrique : charges surfaciques uniformes annulaires comprises entre deux rayons donnés et charges linéiques annulaires à un rayon donné.

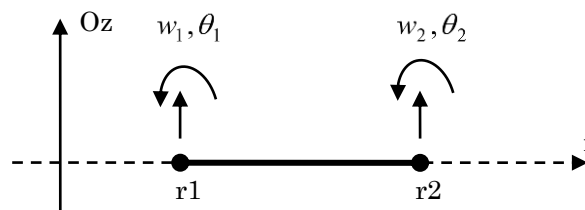


Figure 14 : Eléments de plaques annulaires à 2 nœuds et 4 degrés de liberté

Dans le cas où le sol support est introduit comme un massif multicouche élastique, on procède par intégration numérique directe des formules de Boussinesq (Pliskin, 1999) pour l'évaluation des coefficients d'influence et la constitution de la matrice de souplesse du sol.

La mise en équation et le principe de résolution sont identiques à ce qui a été présenté pour le cas général 3D (§2.2). La taille du système à résoudre est  $2n \times 2n$ , si l'on note  $n$  le nombre total de nœuds.

La résolution du problème permet d'obtenir les résultats suivants :

- la flèche et le tassement exprimés en fonction de  $r$  (distance à partir de l'axe de symétrie) ;
- la réaction du sol en fonction de  $r$  (définie par morceaux annulaires) ;
- les efforts internes dans la plaque : moment radial  $M_r$ , moment tangentiel  $M_t$  et effort tranchant  $T_r$ .

Notons que le caractère « unidimensionnel » des efforts internes rend aisée leur évaluation directement par intégration des charges et réactions appliquées sur la plaque (ce qui limite l'influence de la précision liée à la densité du maillage).

#### 2.4.2. Déformations planes (modèle plan)

Ce cadre de travail convient aux situations où la flexion de la plaque peut être négligée dans une direction. Cela nécessite d'adopter des modèles appropriés.

En déformations planes, l'équilibre de la plaque est régi par l'équation suivante :

$$\frac{d^4 w}{dx^4} = q(x) \frac{(1 - \nu^2)}{EI} \quad (22)$$

La plaque est supposée infinie dans la direction ( $Oy$ ). Son comportement peut être caractérisé par les lois relatives à la théorie des poutres minces. On introduit pour cela une discrétisation en éléments de poutre à 2 nœuds et 4 degrés de liberté. Tout chargement extérieur est également de caractère "infini" dans la direction ( $Oy$ ) : charges surfaciques uniformes comprises entre deux abscisses données et charges linéiques à une abscisse donnée.

Pour le sol support, dans le cas où celui-ci est introduit comme un multicouche élastique, on adapte l'expression donnée par l'équation (5) en faisant tendre  $L_y$  vers l'infini. Cela conduit à l'expression suivante pour le tassement sous le bord d'une charge surfacique de largeur  $L_x$  :

$$s_{\text{ref}}(z, E, \nu) = \frac{q(1 + \nu)L_x}{\pi E} \left[ (1 - \nu) \ln \left( 1 + \frac{z^2}{L_x^2} \right) + (1 - 2\nu) \frac{z}{L_x} \arctan \left( \frac{L_x}{z} \right) \right] \quad (23)$$

La mise en équation et le principe de résolution sont identiques à ce qui a été présenté pour le cas général 3D (§2.2). La taille du système à résoudre est  $2n \times 2n$ , si l'on note  $n$  le nombre de nœuds.

Ce calcul permet d'obtenir la flèche, le tassement et la réaction du sol en tout point, ainsi que les efforts internes dans la plaque : un effort tranchant  $T_x$  et un moment fléchissant  $M_x$ .

Notons que le caractère unidimensionnel des efforts internes rend aisée leur évaluation directement par intégration des charges et réactions appliquées sur la plaque (ce qui limite l'influence de la précision liée à la densité du maillage).

## 3. Mise en œuvre pratique

### 3.1. Modélisation

#### 3.1.1. Plaque

##### 3.1.1.1. Principe général

TASPLAQ permet de modéliser une ou plusieurs plaques de forme quelconques, en interaction via le terrain support. Chaque plaque, représentative d'un radier ou d'un dallage, est caractérisée par un produit d'inertie  $EI$ , un coefficient de Poisson  $\nu$  et une cote d'assise  $Z_{base}$ . La valeur de  $EI$  est prise égale à  $Eh^3/12$  où  $E$  est le module de Young du matériau constitutif de la plaque et  $h$  son épaisseur.

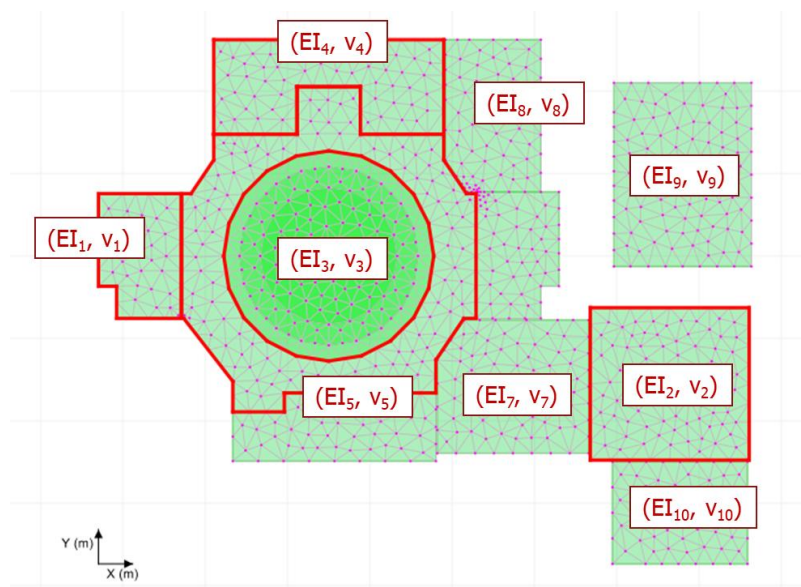


Figure 15 : Aperçu d'un modèle TASPLAQ comportant plusieurs plaques de différentes inerties

Il convient de noter que la liaison entre deux plaques adjacentes est un encastrement parfait. Par ailleurs, en cas de chevauchement d'une ou plusieurs plaques, il est retenu, pour la zone d'intersection, les caractéristiques de la dernière plaque définie par l'utilisateur (les dernières caractéristiques « écrasent » les précédentes).

##### 3.1.1.2. Module de déformation $E$

Pour un radier ou un dallage en béton, le module de Young de la plaque peut être pris égal à :

- $E = 10\,000$  MPa pour un chargement de longue durée ;
- $E = 30\,000$  MPa pour un chargement instantané ;
- $E = 20\,000$  MPa pour des durées de chargement intermédiaires.

Pour un élément métallique, le module de Young de l'acier peut être pris égal à  $210\,000$  MPa. Pour un élément en bois, le module de Young en flexion est de l'ordre de  $10\,000$  MPa, avec un assouplissement par fluage dans un rapport de 1 à 4 selon les niveaux de contrainte et d'humidité.

### 3.1.1.3. Coefficient de Poisson $\nu$

Pour un radier ou un dallage en béton, le coefficient de Poisson  $\nu$  du béton est compris entre 0 et 0,2 selon le degré de fissuration (la valeur de 0,2 correspond au comportement d'un béton non armé, non fissuré). En première approche, il est d'usage de retenir  $\nu = 0,15$  pour un radier en béton armé.

Pour un élément métallique, le coefficient de Poisson de l'acier peut être pris égal à 0,3. Pour un élément en bois, le coefficient de Poisson est de l'ordre de 0,20.

## 3.1.2. Massif de sol

### 3.1.2.1. Stratigraphie

Le massif de sol est assimilé à un multicouche élastique linéaire, chaque couche étant caractérisée par une épaisseur, un module de Young  $E$  et un coefficient de Poisson  $\nu$ . La cote de la base de chaque couche peut varier selon  $X$  et/ou  $Y$  par l'intermédiaire de deux paramètres de pente (Figure 16).

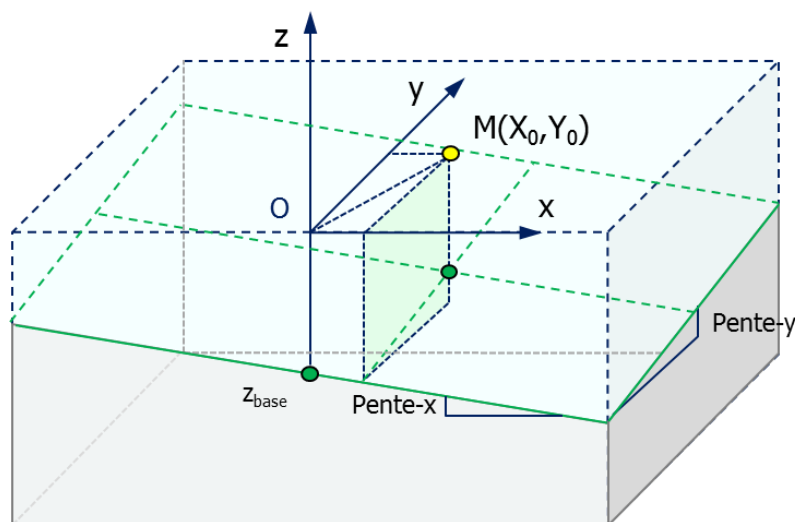


Figure 16 : Traitement d'un multicouche non horizontal

### 3.1.2.2. Module de déformation $E$

Dans la pratique, les règles de bonne conception des projets de fondations superficielles permettent de garantir une sécurité de l'ordre de 2 à 3 entre les charges appliquées et les charges limites, ce qui rend légitime l'hypothèse d'un comportement élastique du terrain (Vezole, 1986, Frank et al., 2018). Ce comportement élastique peut être décrit par un module de déformation constant (élasticité linéaire) ou variable avec la déformation (élasticité non-linéaire).

Pour un comportement élastique linéaire, le module de déformation  $E$  peut être choisi (a fortiori) dans la pratique par corrélation avec le module pressiométrique  $E_M$ . Pour une déformation verticale ( $= \Delta s / \Delta z$ ) de l'ordre de 0,1%, les valeurs indiquées dans le Tableau 1 issu de l'annexe J de la NF P 94 261 s'appliquent pleinement, soient  $E/E_M = 3$  à 6 selon le type de terrain. En cas d'utilisation d'essais CPT, le rapport  $E/q_c$  peut varier de 3 à 10 selon le type de terrain (pour une gamme de déformation cible de l'ordre de 0,1%).

		E/E <sub>M</sub>
Argiles et Limons	Normalement consolidés	4,5
	Sur-consolidées	3,0
Sables	Lâches	4,5
	Denses	3,0
Graves	Lâches	6,0
	Serrées	4,5

Tableau 1 : Rapport E/E<sub>M</sub> pour une déformation verticale de l'ordre de 0,1%

A noter que l'utilisation de la corrélation usuelle  $E \sim E_M/\alpha$  (soit  $E = 1$  à  $3 E_M$ ) convient généralement aux fondations induisant dans le terrain des déformations verticales ( $= \Delta s/\Delta z$ ) de l'ordre de 1%. L'attention est attirée sur le fait que l'application forfaitaire de cette corrélation peut conduire dans certains cas à des estimations par excès du tassement (Combarieu, 2006).

Au titre d'une analyse plus fine, le module de déformation peut être ajusté couche par couche en exploitant la notion de courbe de dégradation des modules de déformation. On peut alors utiliser soit des courbes de dégradation établies à partir du module maximal  $E_{max}$  ou  $G_{max}$  (cela nécessite d'avoir recours à des essais de précision in situ ou en laboratoire), soit des courbes en S empiriques donnant par exemple le rapport E/E<sub>M</sub> en fonction de la déformation verticale, telles que celles établies dans le cadre du Projet National ARSCOP (Hoang et al., 2020) et rappelées dans la Figure 17 (où les courbes de type 1 s'appliquent aux terrains sableux, le type 3 aux terrains argileux et le type 2 aux terrains intermédiaires).

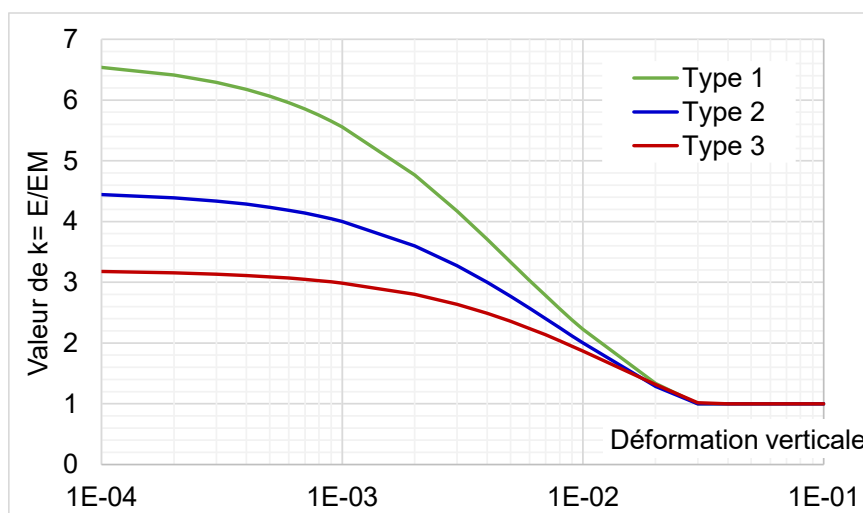


Figure 17 : Rapport E/E<sub>M</sub> en fonction de la déformation verticale (PN ARSCOP, 2020)

Pour un calcul sous charge dynamique ou sismique, il convient de choisir des modules de déformation en cohérence avec le niveau de déformation attendu sous ce type de sollicitation :

- Par exemple, pour des fondations de « Machine vibrante », les niveaux de déformation sont généralement de l'ordre de  $10^{-6}$  à  $10^{-5}$  et il peut être approprié de retenir un module  $E = E_{max}$  issu directement des essais de propagation d'ondes dans le sol ;
- Pour un calcul sous action sismique, les niveaux de déformation sont généralement compris entre  $10^{-4}$  et  $10^{-3}$  et il peut être approprié de retenir un module de l'ordre de 0,3 à 0,7  $E_{max}$  selon l'intensité du séisme et le type de terrain. Une approche alternative peut être le choix d'un module « sismique » obtenu en multipliant le module « statique » par un facteur de 2 à 3 (Cuira et Brûlé, 2017).

### 3.1.2.3. Coefficient de Poisson $\nu$

Dans le domaine élastique, le coefficient de Poisson d'un sol de comportement drainé peut être pris généralement entre 0,25 et 0,35 selon le type de terrain. Le choix d'une valeur de  $\nu = 0,3$  est courant. A noter que pour un terrain de comportement non-drainé (en lien avec la durée du chargement étudié), le coefficient de Poisson apparent de l'ensemble « Eau + Squelette » est voisin de 0,5 (comportement à volume constant). Dans la pratique, l'introduction d'une valeur  $\nu = 0,49$  suffit pour obtenir un comportement où les déformations de volume sont négligeables.

### 3.1.2.4. Contrainte initiale, module de rechargement

Dans TASPLAQ, la contrainte initiale  $\sigma_{v0}$  du terrain sous la plaque (ou poids des terres excavées) est calculée directement à partir de la relation suivante :

$$\sigma_{v0}(x,y) = \gamma_{moy}(z_{ref} - z_{plaque}(x,y))$$

Où :

- $\gamma_{moy}$  poids volumique moyen des terres excavées
- $z_{ref}$  cote de référence (= cote du TN avant excavation)
- $z_{plaque}(x,y)$  cote de la base du radier (variable) au point  $(x, y)$

La définition d'une contrainte initiale non nulle pose la question des tassements de recompression correspondant à des niveaux de contrainte (appliquée par le radier) inférieurs ou égaux à  $\sigma_{v0}$ . TASPLAQ propose pour cela deux types d'approche :

- Approche 1 : on néglige les tassements de recompression. Il s'agit de l'approche par défaut. Cette approche correspond à la pratique courante où la contrainte appliquée par le radier est largement supérieure à  $\sigma_{v0}$  ;
- Approche 2 : on comptabilise les tassements de recompression par l'intermédiaire d'un module de rechargement  $E_{ur}$  (voir Figure 13). Cette approche convient particulièrement aux situations où les contraintes appliquées par le radier sont de même ordre que  $\sigma_{v0}$  (voire inférieures à  $\sigma_{v0}$ ). Dans le cadre de cette approche, il convient de définir le rapport « k » entre les modules de rechargement  $E_{ur}$  et les modules de 1<sup>er</sup> chargement (ceux définis par l'utilisateur). Dans la version actuelle de TASPLAQ, la valeur de « k » est supposée commune à toutes les couches.

On donne ci-après quelques ordres de grandeur pour le choix de k :

- |                                  |                  |                                 |
|----------------------------------|------------------|---------------------------------|
| ○ Sables et graviers             | $k \sim 2$ à $4$ | (selon densité relative)        |
| ○ Limons et argiles              | $k \sim 2$ à $8$ | (selon niveau surconsolidation) |
| ○ Sols indurés et roches tendres | $k \sim 1$ à $3$ | (selon constitution)            |

Le choix d'une valeur  $k = 3$  est courant.

### 3.1.2.5. Seuils de décollement et de plastification

TASPLAQ permet de gérer automatiquement le décollement et la plastification (locale) à l'interface sol/plaque. Il convient pour cela de définir les seuils correspondants :

- Seuil de décollement : contrainte de traction au-delà laquelle le décollement est activé. Une valeur nulle correspond à la majorité des situations courantes.
- Seuil de plastification : contrainte de compression au-delà de laquelle la réaction du sol est plafonnée. Cette valeur peut être prise égale à la pression de fluage  $p_f$  issue de l'essai pressiométrique (soit 50 à 70% de la pression limite). En cas d'utilisation d'essais CPT, le seuil de plastification peut être pris en première approche entre  $0,05q_c$  et  $0,07q_c$  pour un sol granulaire et entre  $0,15q_c$  et  $0,20q_c$  pour un sol fin.

### 3.1.3. Chargement

#### 3.1.3.1. Charges sur la plaque

Les charges sur la plaque peuvent être ponctuelles, linéiques ou surfaciques :

- Les charges ponctuelles comportent une force verticale  $F_z$  (comptée positivement vers le bas), un moment de renversement  $M_x$  dans la direction  $Ox$  (rotation autour de  $-Oy$ ) et un moment de renversement  $M_y$  dans la direction  $Oy$  (rotation autour de  $Ox$ ) ;
- Les charges linéiques et surfaciques sont caractérisées par une densité verticale comptée positivement vers le bas.

Il convient de noter que les charges (ou les parties des charges) situées à l'extérieur de la plaque (ou des plaques) ne sont pas prises en compte. De plus, si plusieurs chargements sont définis sur la même zone, ils s'additionnent (dans la zone d'intersection).

A noter enfin que TASPLAQ autorise l'introduction de charges négatives (dirigées vers le haut). Cela permet de traiter par exemple le cas d'un radier soumis à des sous-pressions hydrauliques.

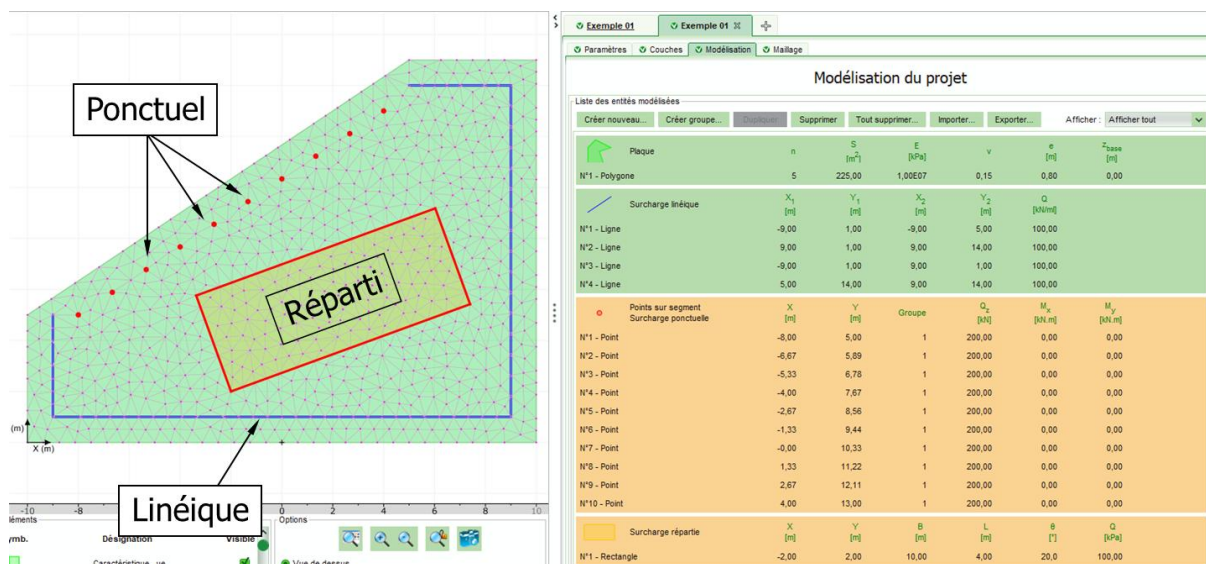


Figure 18 : Aperçu d'un modèle TASPLAQ avec des charges ponctuelles, linéiques et surfaciques

#### 3.1.3.2. Charges extérieures sur le sol

TASPLAQ permet de modéliser des surcharges extérieures s'appliquant directement sur le sol. Cela peut être représentatif d'un remblai ou d'une fondation souple voisine (Figure 19 et Figure 12). Ces charges peuvent être appliquées en surface ou en profondeur.

Il convient de noter que la définition de telles charges n'a aucune incidence sur la densité et la taille du maillage. Soulignons par ailleurs que la formulation du modèle TASPLAQ suppose implicitement que ces charges s'exercent sur le terrain au même temps que celles sur le radier (absence de phasage).

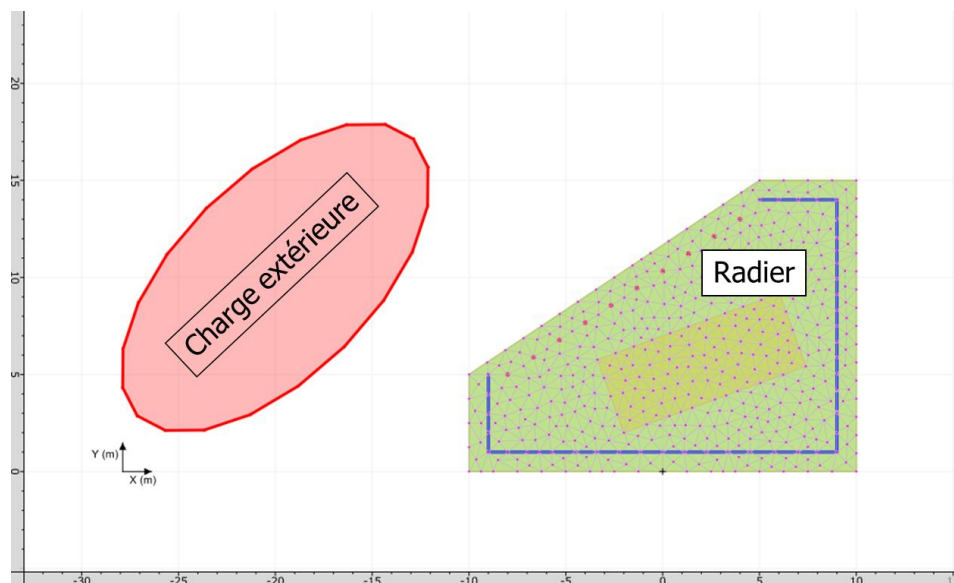


Figure 19 : Aperçu d'un modèle TASPLAQ avec une charge extérieure sur le terrain

### 3.1.4. Appuis élastiques additionnels

#### 3.1.4.1. Ressorts ponctuels

TASPLAQ permet de prendre en compte des ressorts ponctuels additionnels. Cela permet également de mener des calculs alternatifs de type « plaque sur ressorts ponctuels » (par exemple dans le cas d'un radier sur pieux, voir §3.3.7, avec des raideurs préalablement estimées à l'aide de TASPIE+ et PIECOEF+).

Chaque ressort comporte une raideur en translation verticale  $K_z$  (en kN/m) et deux raideurs rotationnelles  $C_x$  et  $C_y$  (en kNm/rad) correspondant respectivement à une rotation dans la direction X (autour de Y) et dans la direction Y (autour de X). A noter que le cas d'un appui fixe, en translation et/ou en rotation, peut être simulé par l'intermédiaire d'une raideur  $K_z$  et/ou  $C_x$  et  $C_y$  numériquement élevée (par exemple  $1e^{10}$ ).

#### 3.1.4.2. Ressorts linéiques

TASPLAQ permet de prendre en compte des ressorts linéiques additionnels. Cela permet également de mener des calculs alternatifs de type « plaque sur ressorts linéiques » (par exemple dans le cas d'un radier sur barrettes ou des éléments de parois moulées avec des raideurs préalablement estimées à l'aide de TASPIE+ et PIECOEF+).

Chaque ressort comporte une densité (linéique) de raideur en translation verticale  $K_z$  (en kN/m/ml) et une densité (linéique) de raideur rotationnelle  $C_\theta$  autour de l'axe directeur de la charge (en kNm/rad/ml). A noter que le cas d'un appui fixe, en translation et/ou en rotation, peut être simulé par l'intermédiaire d'une raideur  $K_z$  et/ou  $C_\theta$  numériquement élevée.

### 3.1.4.3. Ressorts surfaciques

TASPLAQ permet de prendre en compte des ressorts surfaciques additionnels. Cela permet également de mener des calculs alternatifs de type « plaque sur ressorts surfaciques » (cela peut être utile dans certains cas pour juger de la pertinence du choix du coefficient de réaction par exemple, en confrontant les résultats d'un calcul sur massif élastique à ceux d'un calcul sur ressorts surfaciques). Les ressorts sont caractérisés par une densité (surfactive) de raideur en translation verticale  $k_z$  (en kPa/m), pouvant être associée à un seuil de décollement et un seuil de plastification (en kPa).

Il convient de noter que les ressorts (ou les parties des ressorts) situés à l'extérieur de la plaque (ou des plaques) ne sont pas pris en compte. De plus, si plusieurs ressorts sont définis sur la même zone, leurs raideurs s'additionnent (dans la zone d'intersection).

### 3.1.5. Maillage

Le maillage est généré automatiquement selon trois critères :

- Le type d'éléments : rectangulaires ou triangulaires (voir §2.2.2 et Figure 20) ;
- Le pas moyen de discrétisation ;
- Les zones de raffinement éventuelles.

Le choix du type d'élément est géré automatiquement par le programme selon la forme géométrique du radier. Le pas moyen et les zones de raffinement sont des données utilisateurs. Une valeur « automatique » du pas moyen est proposée par défaut (correspondant à  $1/20^e$  de la taille du modèle, ce qui convient à la majorité des situations courantes).

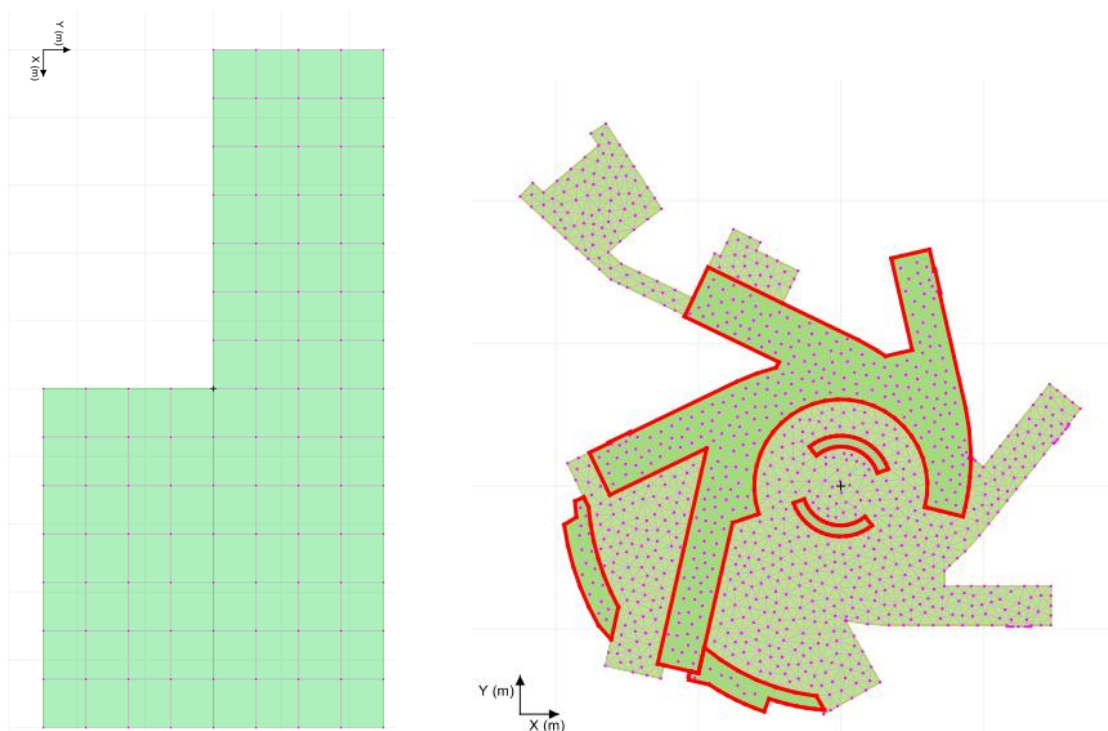


Figure 20 : Exemple d'une géométrie compatible avec un maillage rectangulaire (à gauche) et d'une géométrie nécessitant un maillage triangulaire (à droite)

## 3.2. Exploitation des résultats

### 3.2.1. Tassement et flèche

La mise en œuvre du modèle TASPLAQ permet d'obtenir :

- La déformée (ou la flèche) de la plaque en tout point ;
- Le tassement du sol en tout point. Il est également possible de demander l'accès au tassement en des points situés à l'extérieur de la plaque (option « points de calcul imposés »).

A noter que la flèche de la plaque est calculée à la fois aux nœuds et en des points intermédiaires à l'intérieur de chaque élément (à l'aide de la fonction de forme associée aux éléments finis utilisés). Le tassement du sol est calculé uniquement aux nœuds. A noter l'absence d'égalité entre tassement et flèche au droit des nœuds appartenant à des zones de décollement (voir l'exemple de la Figure 21).

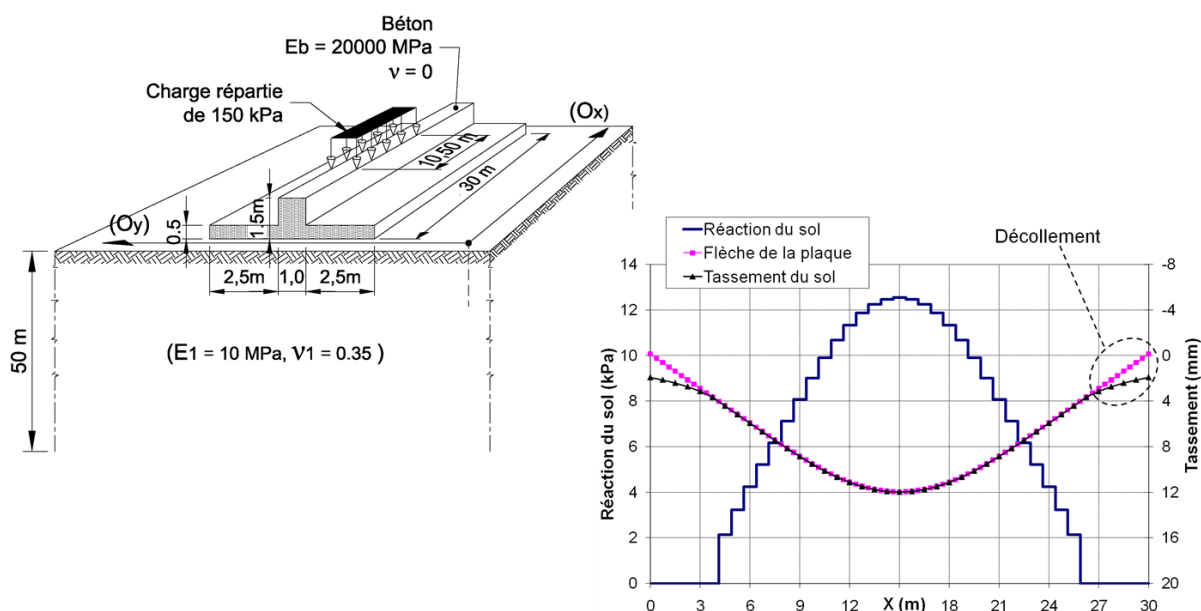


Figure 21 : Mise en œuvre du décollement d'une fondation soumise à un chargement localisé

### 3.2.2. Distorsion angulaire

La distorsion angulaire correspond à variation relative de la flèche de la plaque  $\theta = \Delta w / \Delta x$  (où  $x$  est l'abscisse locale dans la coupe considérée). Cette grandeur (sans unité) est essentielle pour statuer sur les critères ELS d'une fondation sur radier (ou d'un dallage). On donne ci-après à titre indicatif quelques critères usuels pour la justification ELS de certains types d'ouvrages :

- Bâtiments courants  $1/500^e$
- Ouvrages d'art, Immeubles de grande hauteur  $1/1000^e$  à  $1/500^e$
- Installations industrielles sensibles  $1/2000^e$  à  $1/1000^e$

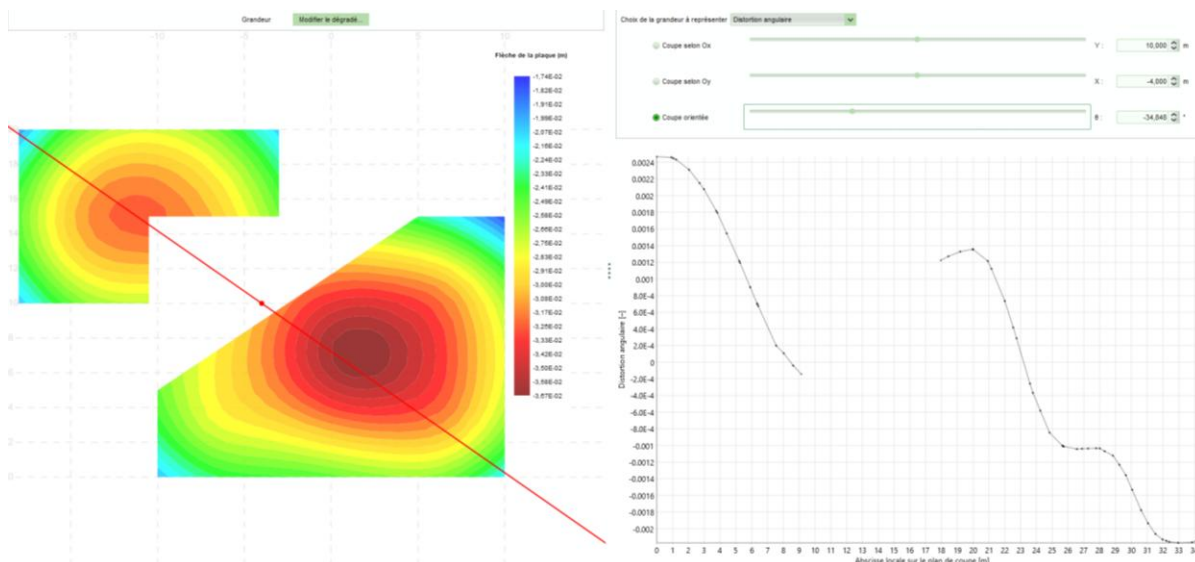


Figure 22 : Analyse de la distorsion angulaire pour deux radiers en interaction

### 3.2.3. Réaction du sol

La mise en œuvre du modèle TASPLAQ permet d'établir la distribution de la réaction du sol en tout point sous la plaque. L'analyse de cette réaction permet notamment de statuer sur :

- le taux de travail du terrain (en dehors de l'effet de bord) en comparant les pressions calculées en partie courante aux contraintes limites ;
- le taux de soulèvement de la fondation en observant les zones où la réaction du sol est nulle (si l'option « décollement/plastification » automatique a été activée).

Il convient d'attirer l'attention sur les situations où la plaque présente une rigidité élevée par rapport au sol support, qui peut mettre en évidence un effet de bord qui se traduit par des pics de pression au bord de la plaque (Figure 23).

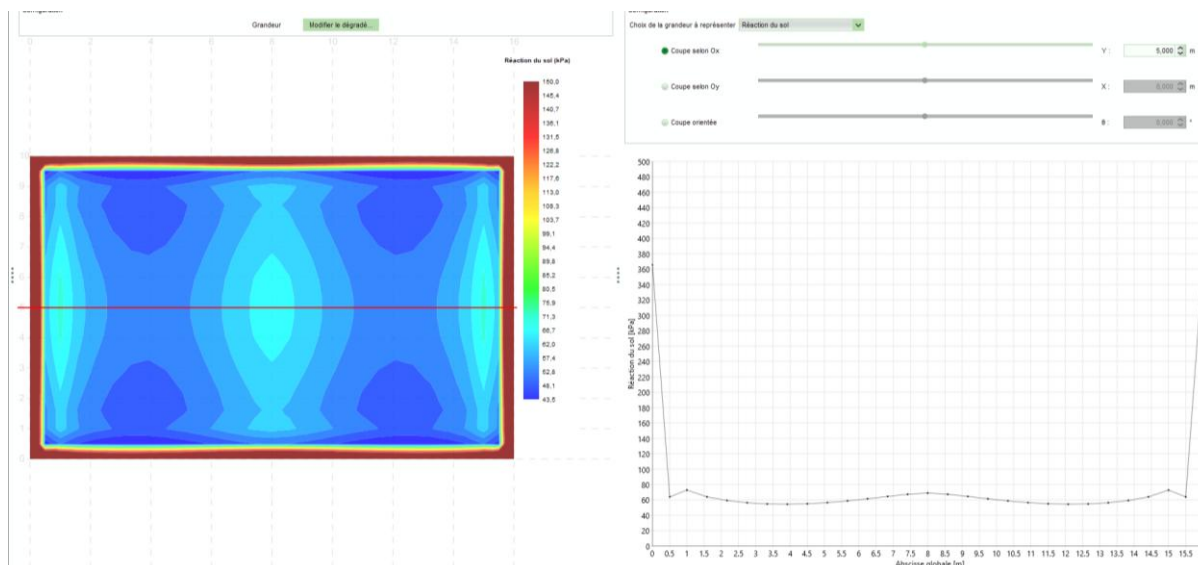


Figure 23 : Mise en évidence de l'effet de bord

Ce phénomène, très caractéristique des modèles sur milieu continu élastique (Poulos et Davis, 1974), ne reflète pas une anomalie de modélisation et n'est pas propre au modèle TASPLAQ. En particulier, pour une fondation rigide soumise à une contrainte  $q$ , le tassement est uniforme et la réaction du sol ne l'est pas, elle tend vers  $q/2$  en partie centrale et vers l'infini au bord de la fondation (Figure 24). En réalité, il y a plafonnement de cet effet de bord par déformation plastique du sol (d'où l'opportunité de limiter la réaction du sol au seuil de fluage, voir §3.1.2.5).

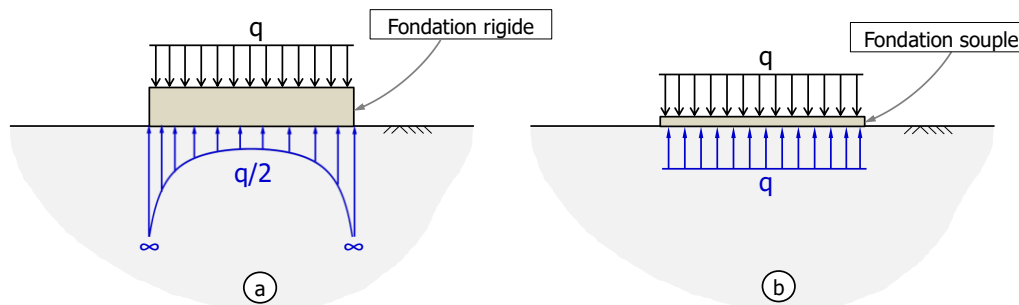


Figure 24 : Distribution de la réaction du sol sous une fondation rigide (a) et souple (b)

### 3.2.4. Moments fléchissants et efforts tranchants

La mise en œuvre du modèle TASPLAQ permet d'accéder aux sollicitations internes dans la plaque, nécessaires aux vérifications structurales : deux moments fléchissants  $M_x$  et  $M_y$ , un moment de torsion  $M_{xy}$  et deux efforts tranchants  $T_x$  et  $T_y$ .

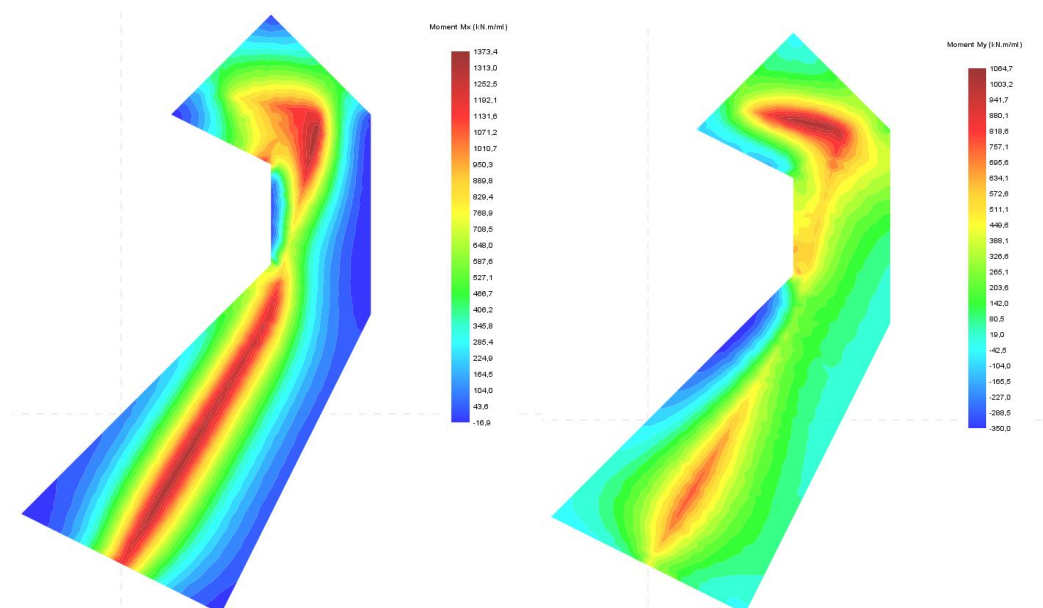


Figure 25 : Cartographie des moments  $M_x$  et  $M_y$  d'une plaque de forme polygonale

TASPLAQ applique les conventions classiques de résistance des matériaux (Figure 26) :

- $M_x$  = moment fléchissant d'une section d'axe X, positif quand la fibre inférieure est tendue ;
- $M_y$  = moment fléchissant d'une section d'axe Y, positif quand la fibre inférieure est tendue ;
- $T_x$  = effort tranchant d'une section d'axe X, positif vers le haut ;
- $T_y$  = effort tranchant d'une section d'axe Y, positif vers le haut ;
- $M_{xy}$  = moment de torsion d'une section d'axe X (ou Y).

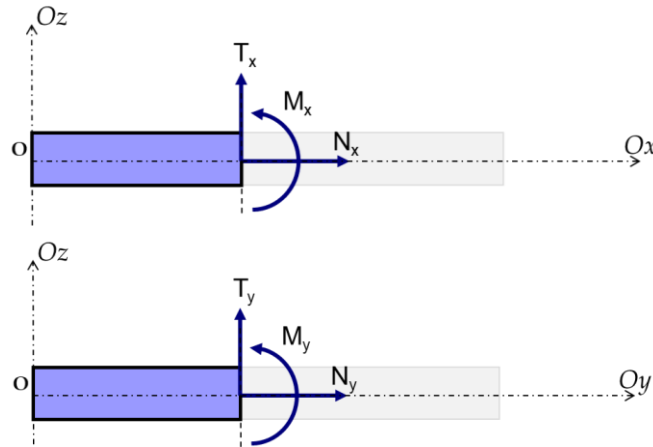


Figure 26 : Conventions de signe pour les efforts internes calculés par TASPLAQ

On rappelle ci-après l’expression des contraintes maximales, axiales et tangentielles, s’exerçant sur la section (supposée homogène) d’une plaque d’épaisseur h :

$$\sigma_{xx} = \pm \frac{6}{h^2} M_x \quad \sigma_{yy} = \pm \frac{6}{h^2} M_y \quad \sigma_{xy} = \pm \frac{6}{h^2} M_{xy} \quad \sigma_{xz} \approx \pm \frac{6}{5h} T_x \quad \sigma_{yz} \approx \pm \frac{6}{5h} T_y$$

On peut également rappeler l’expression de la contrainte « équivalente » de Von Mises :

$$\sigma_{eq} = \frac{6}{h^2} \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + 3M_{xy}^2}$$

### 3.2.5. Coefficient de réaction équivalent

La mise en œuvre du modèle TASPLAQ permet également d’analyser la variation du coefficient de réaction apparent du sol sous la plaque, noté  $k_s(x,y)$  et exprimé en kPa/m. Celui-ci est défini comme le rapport entre la réaction du sol  $p(x,y)$  et le tassement du sol  $s(x,y)$  :

$$k_s(x,y) = \frac{p(x,y)}{s(x,y)}$$

Ce coefficient de réaction peut ensuite être utilisé comme donnée d’entrée aux analyses détaillées de la superstructure portée.

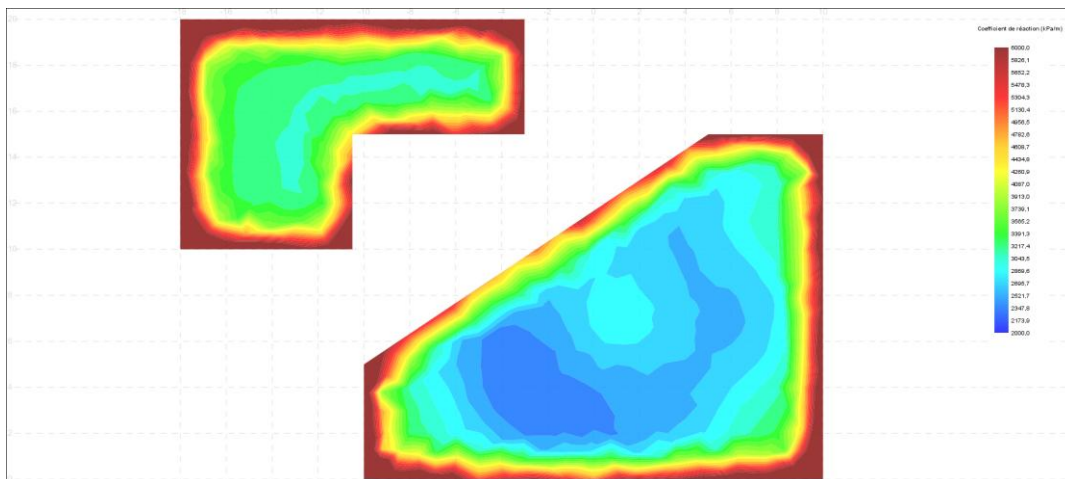


Figure 27 : Cartographie des coefficients de réaction sous deux radiers en interaction

Il convient d'insister sur le caractère non uniforme du coefficient de réaction obtenu : sa valeur dépend de la rigidité du sol par rapport à la plaque et varie entre le bord et le centre du radier. L'hypothèse (courante) d'un coefficient de réaction uniforme est une approximation qui peut conduire à des résultats erronés. Cela peut être illustré par l'exemple d'un bassin circulaire fondé sur radier général. Le radier est soumis d'une part à l'application d'une charge répartie représentative du poids du liquide de remplissage, et d'autre part à la force linéique exercée par le voile périphérique. Deux modélisations sont comparées ici (Figure 28) : l'une où le sol est assimilé à un massif continu élastique (modèle de type TASPLAQ), l'autre où le sol est assimilé à des ressorts surfaciques uniformes. Les moments fléchissants (radiaux) issus des deux modélisations sont de signes opposés (Figure 29) et ceci quelque soit la valeur du coefficient de réaction dans le modèle à ressorts (tant qu'ils sont de raideur uniforme). Ce dernier conclurait, en effet, à la nécessité de ferrailer la fibre supérieure du radier alors que c'est la fibre inférieure qui est tendue dans le cas présent. L'obtention, par un modèle à ressorts, d'un moment de signe correct requiert ici de différencier les valeurs du coefficient de réaction entre les parties centrale et périphérique : la cartographie des  $k_s$  issue du modèle TASPLAQ indique bien dans le cas présent une valeur plus importante en partie périphérique avec un rapport de l'ordre de 3 par rapport au  $k_s$  en partie centrale.

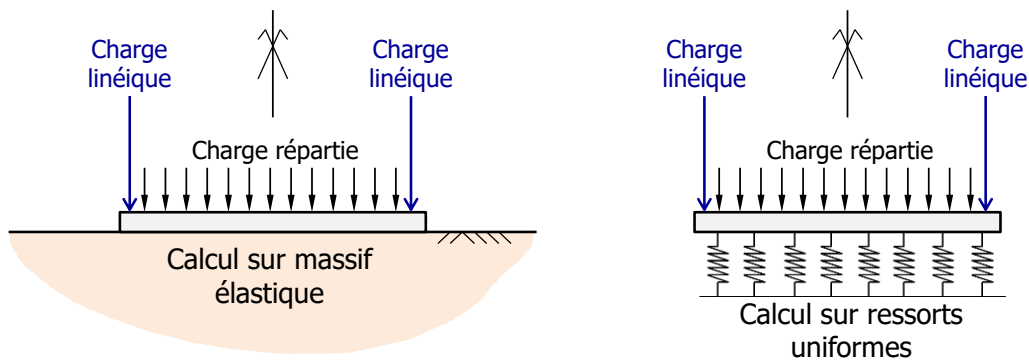


Figure 28 : Exemple d'un bassin circulaire – Modèle de type TASPLAQ à gauche et Modèle à ressorts à droite (Cuira et Brûlé, 2017)

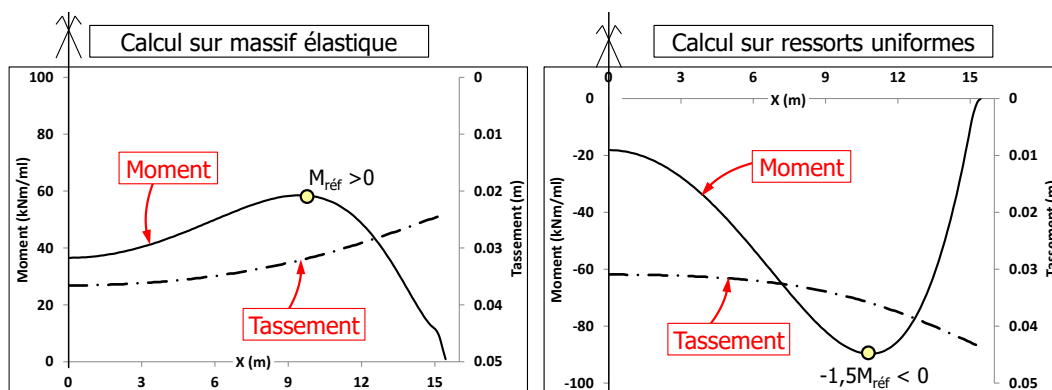


Figure 29 : Exemple d'un bassin circulaire – Moments fléchissants et tassements – Modèle de type TASPLAQ à gauche et Modèle à ressorts à droite (Cuira et Brûlé, 2017)

### 3.2.6. Accès aux contraintes et aux tassements en profondeur

Notons enfin qu'il est possible d'exporter la distribution de la réaction du sol calculée par TASPLAQ vers un modèle TASSELDO (§3.4.1) : cela permet d'accéder aux incréments de contraintes (et aux déplacements) en profondeur.

### 3.3. Domaines d'application

#### 3.3.1. Radier sous chargement concentré

La figure suivante présente un exemple d'utilisation de TASPLAQ pour un radier de 70 cm d'épaisseur soumis à un chargement localisé. Des comparaisons sont établies avec un traitement numérique complet en trois dimensions sous PLAXIS 3D. L'écart est inférieur à 10%.

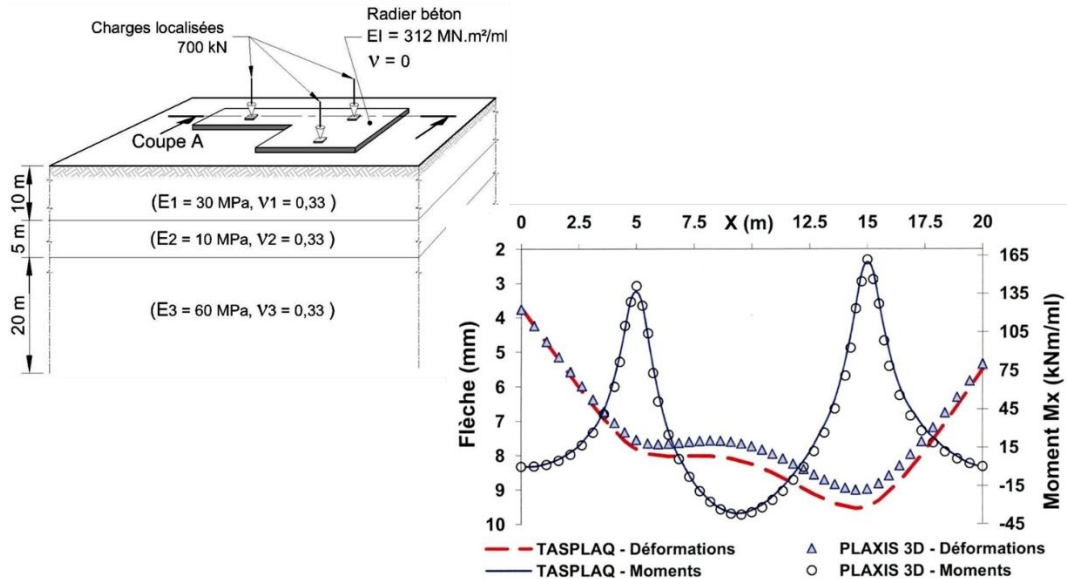


Figure 30 : Exemple d'un radier sous chargement localisé

#### 3.3.2. Radier sous chargement linéique

La figure suivante présente un exemple d'utilisation de TASPLAQ pour un radier de 60 cm d'épaisseur, d'emprise trapézoïdale, et supportant des voiles porteurs amenant un chargement linéique accompagné d'un blocage élastique en rotation.

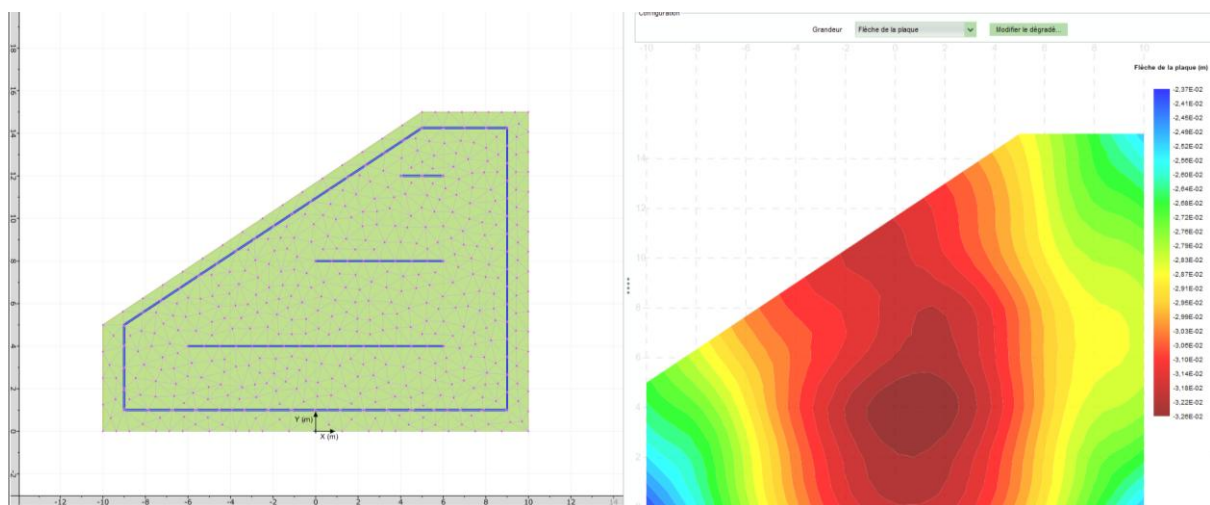


Figure 31 : Aperçu d'un modèle TASPLAQ pour un radier soumis à un chargement linéique

### 3.3.3. Radier d'une centrale nucléaire

La figure suivante présente un exemple d'utilisation de TASPLAQ pour un radier de centrale de nucléaire, de cote d'assise variable, et d'emprise au sol de l'ordre de 100 m x 100 m. L'épaisseur du radier varie entre 1 et 6 m. Les tassements calculés ont été comparés à un traitement numérique complet en trois dimensions. Les écarts sont inférieurs à 10%.

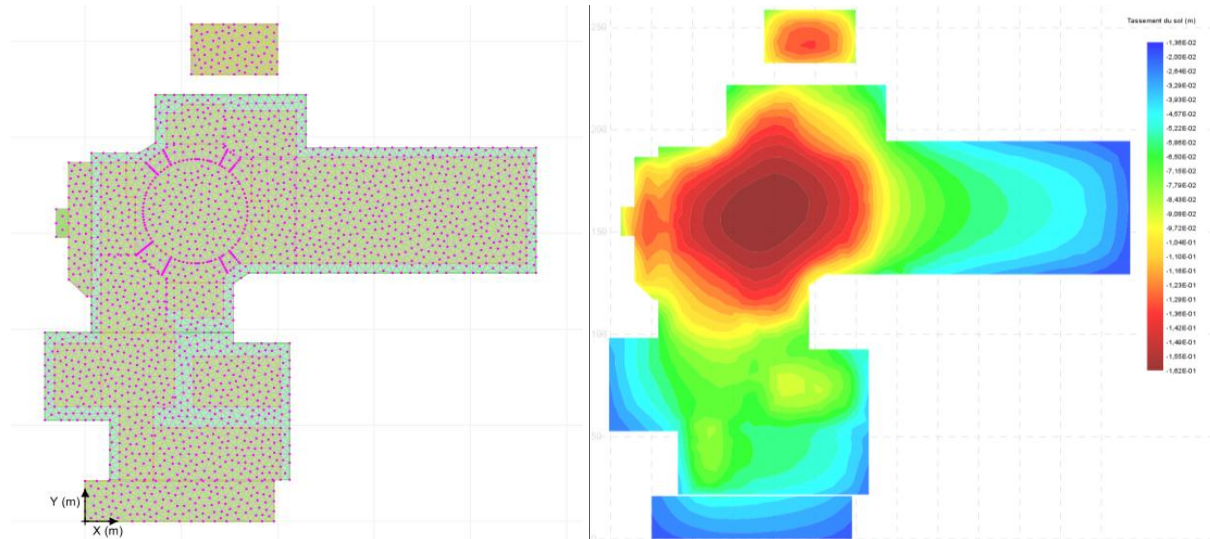


Figure 32 : Utilisation de TASPLAQ pour la modélisation d'un radier de très grandes dimensions

### 3.3.4. Deux bassins circulaires en interaction

La figure suivante présente un exemple d'utilisation de TASPLAQ pour les radiers de deux bassins circulaires identiques chargés de façon homogène. La mise en œuvre du modèle permet de mettre en évidence l'interaction (ou effet de groupe) entre les deux radiers avec un « basculement » vers la zone d'interaction.

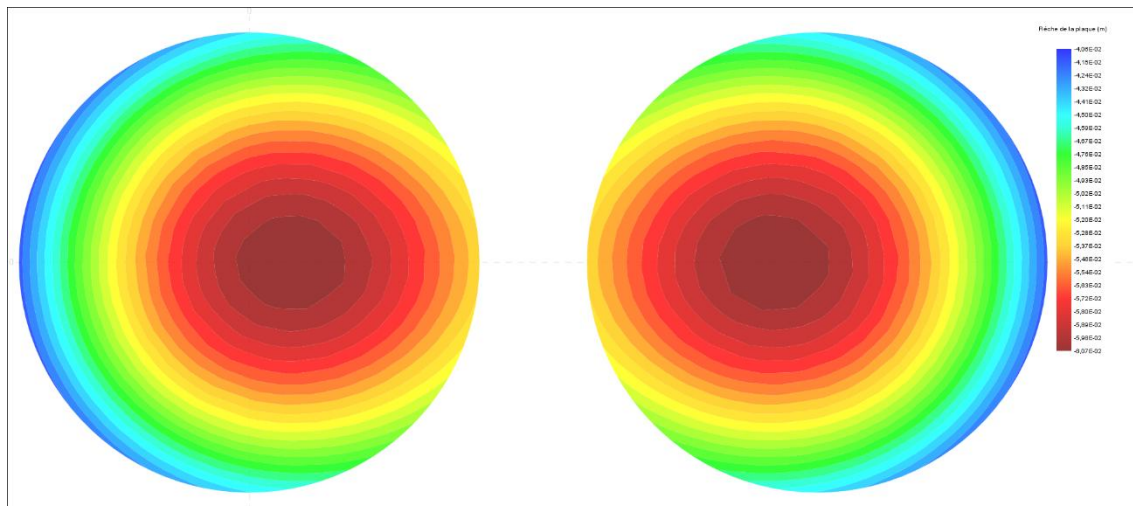


Figure 33 : Exemple de deux bassins circulaires en interaction

### 3.3.5. Dallage avec différents systèmes de joints

La figure suivante présente un exemple d'utilisation de TASPLAQ pour un dallage rectangulaire de 30 cm d'épaisseur avec différents systèmes de joints : sans joints, joints partiels et joints francs. Le calcul permet de mettre en évidence l'influence des joints sur les tassements et les sollicitations. Des études menées par Cuira et Simon (Revue Française de Géotechnique, 2008) ont par ailleurs discuté de la pertinence d'un modèle de type TASPLAQ par rapport à l'approche simplifiée du DTU 13.3.

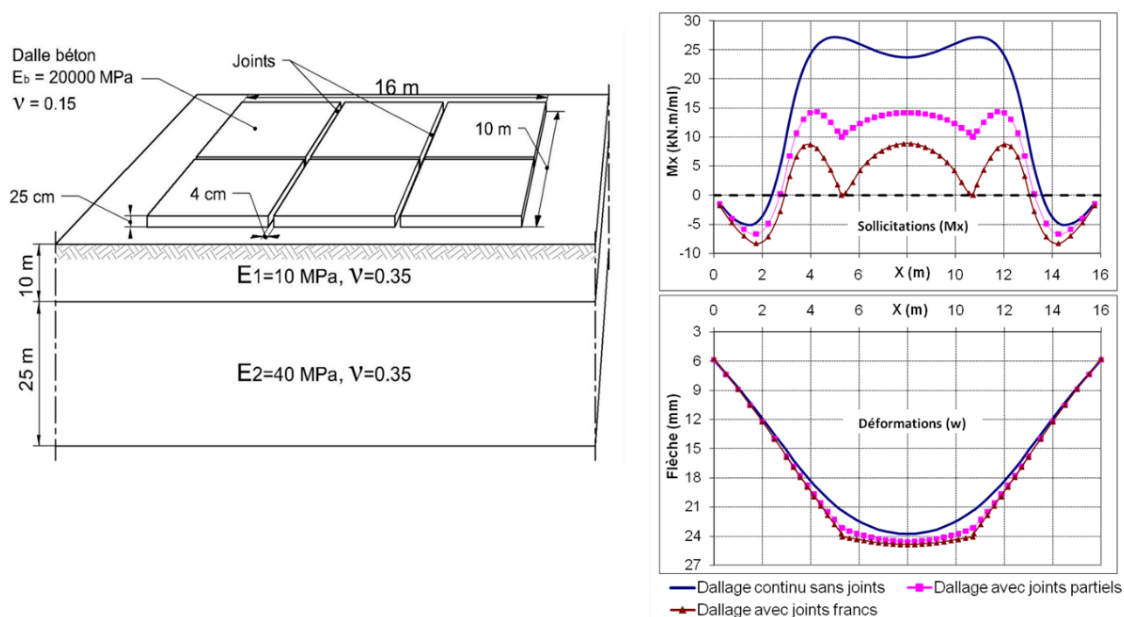


Figure 34 : Modélisation d'un dallage avec différents systèmes de joints

### 3.3.6. Fondation annulaire sous chargement excentré

La figure suivante présente un exemple d'utilisation de TASPLAQ pour une fondation d'Eoliennes (embase gravitaire) de forme annulaire soumise à un chargement excentré. La mise en œuvre du modèle permet d'apprécier le tassement et la rotation de la fondation. Le calcul TASPLAQ permet également d'évaluer de façon précise la surface comprimée en cas de décollement (et ce pour une fondation de géométrie quelconque).

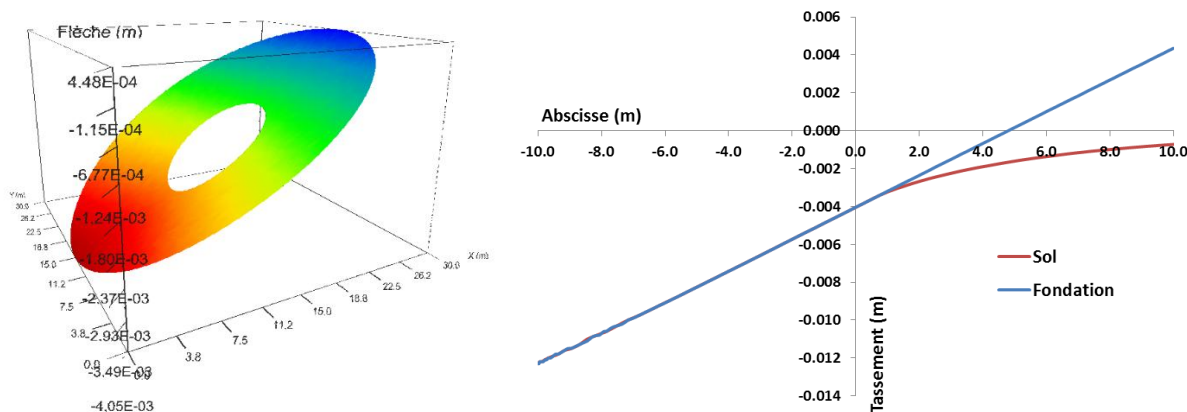


Figure 35 : Cas d'une embase gravitaire annulaire soumise à un chargement excentré

### 3.3.7. Radier (ou dallage) sur pieux

TASPLAQ peut également servir d'outil pour appréhender la déformée et la distribution des réactions sous un radier fondé sur pieux. Il s'agit dans ce cas de mener un calcul de type « Plaque sur ressorts ponctuels ». Les pieux sont ainsi représentés par des ressorts équivalents dont la raideur est établie préalablement à l'aide d'un modèle TASPIS+ pour la composante translationnelle (verticale) et à l'aide de PIECOEF+ pour la composante rotationnelle éventuelle.

La figure suivante présente un aperçu d'un modèle TASPLAQ pour un quai maritime constitué d'une dalle de 1,2 m d'épaisseur reposant sur des pieux de 60 cm disposés tous les 2,5 m.

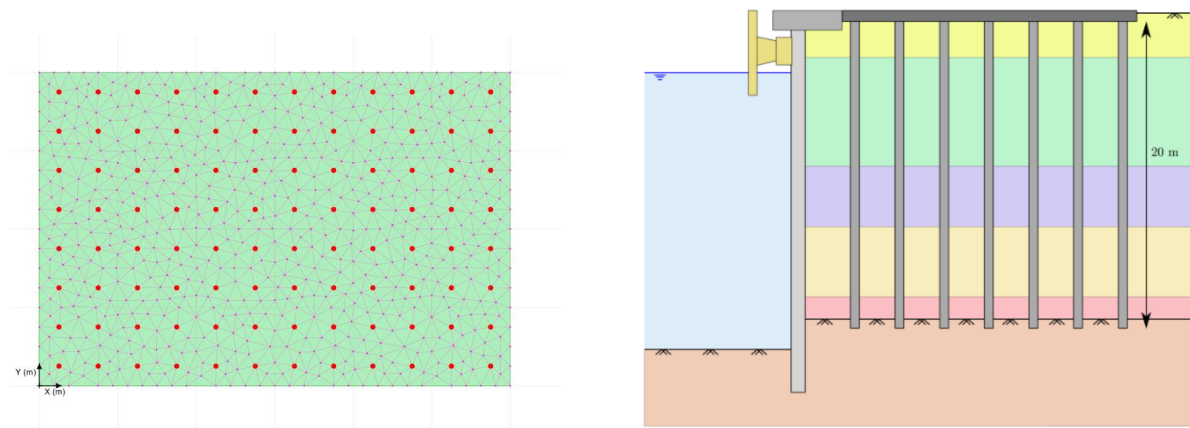


Figure 36 : Aperçu d'un modèle TASPLAQ pour une dalle sur pieux en milieu portuaire

### 3.3.8. Dalle sur appuis rigides ou élastiques

Le module TASPLAQ peut également être utilisé pour des analyses structurales de type « dalle sur appuis » rigides ou élastiques. La figure ci-après présente un aperçu d'un tel modèle.

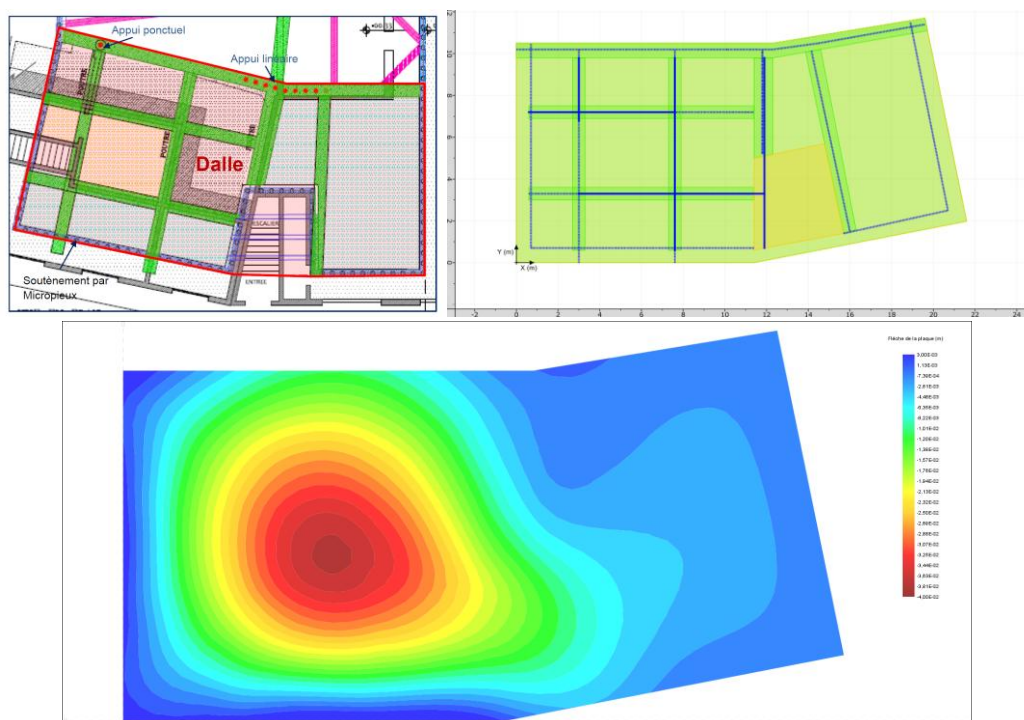


Figure 37 : Utilisation de TASPLAQ pour des modélisations structurales

### 3.3.9. Dallage ou radier sur inclusions rigides

Le cas d'un dallage ou d'un radier sur inclusions rigides peut être traité en combinant les modèles TASPIE+ et TASPLAQ. On procède en trois étapes :

- Etape 1 : modèle TASPIE+ avec une cellule élémentaire soumise à un chargement homogénéisé. Ce modèle permet d'établir un module de déformation de Young homogénéisé du massif renforcé (voir §4.3.7 de la notice technique de TASPIE+), ainsi que les sollicitations additionnelles liées aux effets « points durs » dus à la présence des inclusions sous le radier ou le dallage (voir §4.3.8 de la notice technique de TASPIE+) ;
- Etape 2 : modèle TASPLAQ sur massif homogénéisé dans lequel le radier est soumis à une descente de charge détaillée. Ce modèle permet ainsi d'apprécier la déformée globale et différentielle du radier ou du dallage ainsi que les sollicitations internes dans celui-ci ;
- Etape 3 : on combine l'enveloppe des sollicitations internes issues de TASPLAQ (étape 2) avec les sollicitations additionnelles calculées lors de l'étape 1.

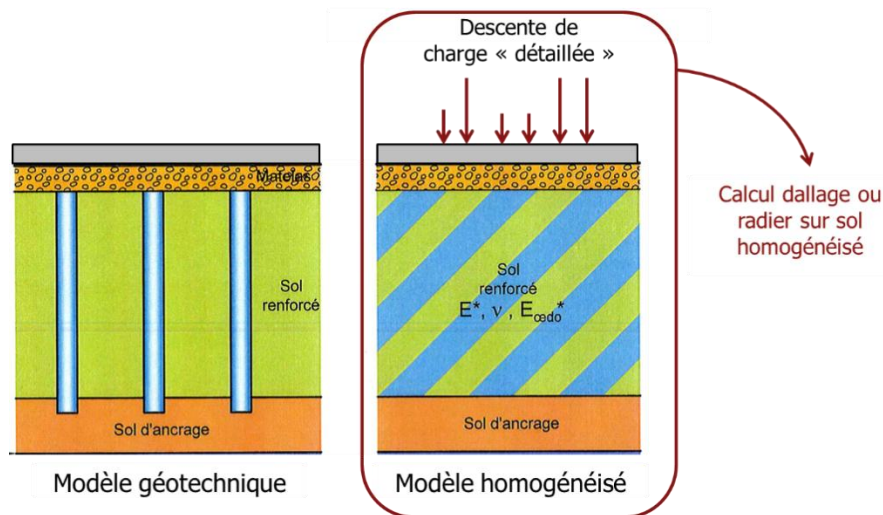


Figure 38 : Procédure ISS pour des dallages et des radiers sur IR

## 3.4. Options avancées

### 3.4.1. Passerelle avec TASSELDO

Il existe deux passerelles entre les modules TASSELDO et TASPLAQ. La première, de TASPLAQ vers TASSELDO, permet d'exporter la distribution des pressions exercées par la plaque vers un modèle TASSELDO ce qui donne accès aux incréments de contrainte et de déplacements en profondeur.

La seconde passerelle, de TASSELDO vers TASPLAQ, permet d'utiliser TASSELDO pour générer la matrice de souplesse du sol (§2.2.4) dans les situations où le terrain présente une stratigraphie complexe ou un comportement incompatible avec les solutions de Boussinesq (§2.1.2) utilisées par défaut dans TASPLAQ.

### 3.4.2. Résolution approchée

Pour des modèles complexes comportant un grand nombre d'éléments ou de couches de sol, il peut être opportun d'exploiter la procédure de « résolution approchée » implémentée dans TASPLAQ (onglet « Paramètres avancés »). Dans le cadre de cette procédure, les pressions d'interaction sol/plaque sont approchées par des disques équivalents, ce qui réduit considérablement le temps de calcul et de constitution de la matrice de souplesse du terrain (§2.2.4).

### 3.4.3. Matrice de souplesse définie par l'utilisateur

Le module TASPLAQ offre la possibilité de définir « manuellement » la matrice de souplesse du terrain en désactivant l'option « Calcul automatique des matrices de raideur » (onglet « Paramètres avancés »).

Le contenu de la matrice de souplesse doit dans ce cas être écrit dans un fichier portant le même nom que le fichier projet « \*.f4p » avec comme extension « \*.mtr » et doit être placé à côté du fichier projet. Le format du fichier diffère selon qu'il y ait un massif de sol dans le modèle ou non :

- **En l'absence de massif de sol** : la matrice de souplesse doit être exprimée en termes de forces nodales et peut être spécifiée pour un groupe quelconque de nœuds, soit :

$\mathbf{s} = \mathbf{T}_{inf} \cdot \mathbf{F}$  où  $\mathbf{s}$  = vecteur tassement aux nœuds et  $\mathbf{F}$  = vecteur forces aux nœuds. La matrice de souplesse  $\mathbf{T}_{inf}$  est de taille  $k_x \times k_x$  ( $k_x$  = défini par l'utilisateur). La lecture se fait comme suit :

$k_x$   $i_{symat}$   $k_x = \text{nombre de points} / i_{symat} = 1$  si matrice symétrique (0 sinon)  
 $n(i)$   $n(j)$   $\mathbf{T}_{inf}(i,j)$  Pour  $i = 1, k_x$  Pour  $j = 1, k_x$  ( $i,j$  = indices locaux)

Où

$n(i)$  = indice global (cf. maillage Tasplaq) du noeud  $i$

$n(j)$  = indice global (cf. maillage Tasplaq) du noeud  $j$

Les valeurs de  $n(i)$  et  $n(j)$  peuvent être obtenues en exportant le maillage TASPLAQ (L'option « Export » est accessible depuis l'onglet Maillage).

- **Si un massif de sol a été défini par l'utilisateur** : la matrice de souplesse doit couvrir tous les points de la plaque et sa constitution doit obéir aux modalités décrites en §2.2.4 et §2.2.3.

- o **Si option « résolution approchée » décochée**

- **Maillage triangulaire**

Dans ce cas la matrice de souplesse  $\mathbf{T}_{inf}$  est définie en termes de « **pressions** » appliquées sur chaque **élément** (§2.2.4), qui sont reliées aux tassements produits au centre de gravité de chaque élément. La lecture se fait en une seule « colonne » selon l'ordre suivant :

$\mathbf{T}_{inf}(i,j)$  pour  $i = 1, m$  pour  $j = 1, m$

$m$  = nombre d'éléments

- **Maillage rectangulaire**

Dans ce cas la matrice de souplesse  $\mathbf{T}_{\text{inf}}$  est définie en termes de « pressions » appliquées autour de chaque nœud (§2.2.4), qui sont reliées aux tassements produits au niveau de chaque nœud. La lecture se fait en une seule « colonne » selon l'ordre suivant :

$$\mathbf{T}_{\text{inf}}(i,j) \quad \text{pour } i = 1, n \quad \text{pour } j = 1, n$$

$n$  = nombre de nœuds

- **Si option « résolution approchée » cochée**

Dans ce cas, quelque soit le type de maillage, la matrice de souplesse est définie en termes de « forces » et est associée aux nœuds. Elle est supposée satisfaire l'équation :  $\mathbf{s} = \mathbf{T}_{\text{inf}} \cdot \mathbf{F}$  avec  $\mathbf{s}$  = vecteur tassement aux nœuds et  $\mathbf{F}$  = vecteur forces aux nœuds. Les composantes de  $\mathbf{F}$  sont supposées correspondre implicitement à des pressions uniformes mobilisées sur  $S_n$  (= surface associée à chaque nœud). La matrice est de taille  $n \times n$  ( $n$  = nombre de nœuds). La lecture se fait en une seule « colonne » selon l'ordre suivant :

$$\mathbf{T}_{\text{inf}}(i,j) \quad \text{Pour } i = 1, n \quad \text{Pour } j = 1, n$$

### 3.5. Dossier de validation

Le module TASPLAQ a fait l'objet d'une étude de validation approfondie. Cette étude s'est basée sur trois familles de tests :

- Comparaison avec des solutions analytiques
- Comparaison avec d'autres logiciels
- Tests de cohérence des résultats obtenus

La première famille de tests permet de vérifier la capacité des modèles utilisés (plaque et sol) à rendre compte des comportements élémentaires couverts par les solutions analytiques existantes : tassement et renversement d'une fondation rigide, décollement et effet de bord, flexion d'une plaque sur appuis rigides ou élastiques, solutions RDM pour poutres hyperstatiques etc.

La deuxième famille a permis de vérifier la pertinence du modèle (hybride) utilisé vis-à-vis des autres solutions logicielles éprouvées en ingénierie géotechnique et structure : des comparaisons ont ainsi été menées par rapport à des calculs éléments finis sous PLAXIS 3D/2D, des calculs de sous-structuration sous SASSI 2010, semi-analytiques sous ALIZE LCPC ou encore des calculs structure à partir des programmes EFFEL et ROBOT.

Enfin, la troisième famille a consisté en des tests de cohérence visant à contrôler la bonne implémentation « informatique » des modèles utilisés : en comparant les résultats obtenus par plusieurs types de maillage (triangulaire, rectangulaire ou axisymétrique) ; en vérifiant par des contre calculs analytiques le bilan des réactions vis-à-vis des charges extérieures ; en vérifiant par des contre calculs sur tableur le bilan des tassements vis-à-vis des pressions d'interaction calculées.

## 4. Bibliographie

Bourgeois E., Burlon S. et Cuira F. (2018). Modélisation numérique des ouvrages géotechniques. Techniques de l'ingénieur, C 258.

Burland J.B., Broms B.B., De Mello V.F.B. (1977) – Behaviour of Foundations and Structures. Proceedings of the ninth international conference on soil mechanics and foundation engineering, Tokyo, Vol. 2, p. 495 – 546.

Cassan M., Guendon J.P., Locci J.M. (1991) – Méthode numérique pour l'étude de l'interaction sol – radier. 10e conférence européenne de mécanique des sols et des travaux de fondations, Florence (Italie), vol. 1, p. 363-366.

Combarieu O. (2006) – L'usage des modules de déformation en géotechnique. Revue française de géotechnique, N° 114.

Courbon J., Theillout JN, Résistance des matériaux – Formulaire C2060 – Techniques de l'ingénieur, Traité de Construction.

Cuira F. et Brûlé S. (2017). Pratique de l'interaction sol-structure sous séisme, AFNOR Editions.

Cuira F., Simon B. (2008). Modélisation 3D simplifiée d'une plaque sur sol multicouche élastique, Revue Française de Géotechnique, N° 124.

Cuira F., Simon B. (2016). Apports de l'interaction sol structure dans les problèmes de fondation, 8<sup>e</sup> JNGG, Nancy.

Frank R., Cuira F., et Burlon S. (2018). Calcul des fondations superficielles et profondes, Presses de Ponts.

Gazetas G. (1991). Formulas and charts for impedances of surfaces and embedded foundations. Journal of Geotechnical Engineering, 117, 9.

Hoang MT., Cuira F., Burlon B. (2020). Vers une approche de calcul unifiée du tassement des semelles et des radiers, 10<sup>ème</sup> JNGG, Lyon.

Pliskin L. (1999) - Dallages industriels sur sol. Revue Française de Génie Civil, vol. 3, n° 6, p. 423-436.

Potts D., Zdravkovic L. (1999). – Finite Element Analysis in Geotechnical Engineering. Thomas Telford Publishing.

Poulos H.G and Davis E.H. (1974). Elastic solutions for soil and rock mechanics. John Wiley & Sons, 411 p.

Terzaghi K. (1943). Theoretical soil mechanics, Theory of Semi-infinite elastic solids (2nd edition).

Vezole P. (1986) – Interactions Sol – Structure, Méthode de calcul des pressions normales à l'interface dans quelques cas courants. Annales de l'institut technique du bâtiment et des travaux publics. N° 448.

Zienkiewicz O.G, Taylor R.L. (1991). The Finite Element Method. McGraw-Hill book Company (UK), 4<sup>th</sup> edition.